

大学数学A(II)试卷

2013年4月 (满分100分)

1. 设 $z = \arctan \frac{x}{y}$, 而 $x = u + v$, $y = u - v$, 验证

$$\frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{u - v}{u^2 + v^2}.$$

2. 求上、下分别为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 和抛物面 $z = x^2 + y^2$ 所围立体的体积.
3. 求内接与半径为 a 的球且有最大体积的长方体.
4. 求函数 $u = xy^2z$ 在点 $P_0(1, -1, 2)$ 处变化最快的方向, 并求沿这个方向的方向导数.
5. 计算

$$\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2},$$

其中 L 为圆 $x^2 + (y - 1)^2 = 4$. L 的方向为逆时针方向.