第二章 导数与微分

第二讲 求导法则

2.1.2 求导数的法则

1. 函数的和、差、积、商的导数

定理 1 如果函数 $u(x)$, $v(x)$在点x处可导,则它们的和、差、积、商 (分母不为零)在点x处也可导，并且

$$(1)\ [u(x)\pm v(x)]' = u'(x)\pm v'(x);$$

$$(2)\ [u(x)\cdot v(x)]' = u'(x)v(x)+u(x)v'(x);$$

$$(3)\ [\frac{u(x)}{v(x)}]' = \frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)} \quad (v(x)\neq 0).$$

证(1)、(2)略.

证(3) 设 $f(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)},(v(x)\neq 0),$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\dfrac{u(x+h)}{v(x+h)}-\dfrac{u(x)}{v(x)}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{u(x+h)v(x)-u(x)v(x+h)}{v(x+h)v(x)h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{[u(x+h)-u(x)]v(x)-u(x)[v(x+h)-v(x)]}{v(x+h)v(x)h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\dfrac{u(x+h)-u(x)}{h}\cdot v(x)-u(x)\cdot\dfrac{v(x+h)-v(x)}{h}}{v(x+h)v(x)}$$

$$=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$$

$\therefore f(x)$在x处可导且公式成立.

推论

(1) $$\left[\sum_{i=1}^{n} f_i(x)\right]' = \sum_{i=1}^{n} f_i'(x);$$

(2) $$[Cf(x)]' = Cf'(x);$$

(3) $$\left[\prod_{i=1}^{n} f_i(x)\right]' = f_1'(x) f_2(x) \cdots f_n(x) + \cdots + f_1(x) f_2(x) \cdots f_n'(x)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} f_i'(x) f_k(x).$$

例10 求 $y = x^3 - 2x^2 + \sin x$ 的导数 .

解 $y' = (x^3)' - (2x^2)' + (\sin x)' = 3x^2 - 4x + \cos x.$

例11 求 $y = \sin 2x \cdot \ln x$ 的导数 .

解 $\because y = 2\sin x \cdot \cos x \cdot \ln x$

$$y' = 2\cos x \cdot \cos x \cdot \ln x + 2\sin x \cdot (-\sin x) \cdot \ln x + 2\sin x \cdot \cos x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= 2\cos 2x \ln x + \frac{1}{x}\sin 2x.$$

例12 求 $y=\tan x$ 的导数 .

解 $y'=(\tan x)'=\left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)'$

$$=\frac{(\sin x)'\cos x-\sin x(\cos x)'}{\cos^2 x}$$

$$=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}=\sec^2 x$$

即 $(\tan x)'=\sec^2 x.$

同理可得 $(\cot x)'=-\csc^2 x.$

例13　求 $y=\sec x$ 的导数.

解　$y'=(\sec x)'=(\dfrac{1}{\cos x})'$

$$=\frac{-(\cos x)'}{\cos^2 x}=\frac{\sin x}{\cos^2 x}=\sec x\tan x.$$

同理可得　$(\csc x)'=-\csc x\cot x.$

例14　求 $y=\sinh x$ 的导数.

解　$y'=(\sinh x)'=[\dfrac{1}{2}(e^x-e^{-x})]'=\dfrac{1}{2}(e^x+e^{-x})=\cosh x.$

同理可得　$(\cosh x)'=\sinh x$　　$(\tanh x)'=\dfrac{1}{\cosh^2 x}$

例15 设 $f(x)=\begin{cases} x, & x<0 \\ \ln(1+x), & x\ge 0 \end{cases}$，求$f'(x)$.

解 当$x<0$时， $f'(x)=1$,

当$x>0$时，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+x+h)-\ln(1+x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\ln\left(1+\frac{h}{1+x}\right)=\frac{1}{1+x},$$

当$x=0$时，

$$f'_-(0)=\lim_{h\to 0^-}\frac{(0+h)-\ln(1+0)}{h}=1,$$

$$f'_+(0)=\lim_{h\to 0^+}\frac{\ln[1+(0+h)]-\ln(1+0)}{h}=1,$$

$$\therefore\ f'(0)=1.$$

$$\therefore\ f'(x)=\begin{cases}1, & x\le 0,\\ \dfrac{1}{1+x}, & x>0.\end{cases}$$

2. 反函数的求导法则

定理2 如果函数 $x=\varphi(y)$ 在某区间 I_y 内单调、可导且 $\varphi'(y)\neq 0$，那末它的反函数 $y=f(x)$ 在对应区间 I_x 内也单调、可导，且有

$$f'(x)=\frac{1}{\varphi'(y)}.$$

即 **反函数的导数等于直接函数导数的倒数.**

证 任取$x \in I_x$，给x以增量Δx $(\Delta x \neq 0, x+\Delta x \in I_x)$

由$y = f(x)$的单调性可知 $\Delta y \neq 0,$

于是有 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{1}{\dfrac{\Delta x}{\Delta y}},$ $\because f(x)$连续,

$\therefore \Delta y \to 0 \quad (\Delta x \to 0),$ 又知 $\varphi'(y) \neq 0$

$$\therefore f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{1}{\dfrac{\Delta x}{\Delta y}} = \frac{1}{\varphi'(y)}$$

即 $f'(x) = \dfrac{1}{\varphi'(y)}.$

例16 求函数 $y=\arcsin x$ 的导数.

解 因为 $x=\sin y$ 在 $y\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ 内单调、可导,

且 $(\sin y)'=\cos y>0$, $\therefore$ 在$x\in(-1,1)$内有

$$(\arcsin x)'=\frac{1}{(\sin y)'}=\frac{1}{\cos y}=\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 y}}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

同理可得 $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$

$$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2};\qquad (\operatorname{arccot} x)'=-\frac{1}{1+x^2}.$$

例17 求函数 $y=\log_a x$ 的导数.

解 $\because x=a^y$ 在 $y\in(-\infty,+\infty)$ 内单调、可导，

且 $(a^y)'=a^y\ln a\neq 0$, $\therefore$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 内有,

$$(\log_a x)'=\frac{1}{(a^y)'}=\frac{1}{a^y\ln a}=\frac{1}{x\ln a}.$$

特别地 $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$.

3. 复合函数的求导法则

定理3 若函数 $u=\varphi(x)$ 在点 x_0 可导，而 $y=f(u)$ 在点 $u_0=\varphi(x_0)$ 可导，则复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 在点 x_0 可导，且其导数为

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_0}=f'(u_0)\cdot\varphi'(x_0).}$$

即，因变量对自变量求导，等于因变量对中间变量求导，乘以中间变量对自变量求导（链式法则）.

证 由$y=f(u)$在点u_0可导，$\therefore \lim\limits_{\Delta u\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta u}=f'(u_0)$

故 $\dfrac{\Delta y}{\Delta u}=f'(u_0)+\alpha \quad (\lim\limits_{\Delta u\to 0}\alpha=0)$

则 $\Delta y=f'(u_0)\Delta u+\alpha\Delta u$

$$\therefore \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}[f'(u_0)\frac{\Delta u}{\Delta x}+\alpha\frac{\Delta u}{\Delta x}]$$

$$=f'(u_0)\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta x}+\lim_{\Delta x\to 0}\alpha\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta x}$$

$$=f'(u_0)\varphi'(x_0).$$

推广 设 $y=f(u),\ u=\varphi(v),\ v=\psi(x)$,

则复合函数 $y=f\{\varphi[\psi(x)]\}$ 的导数为

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u}\cdot\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}v}\cdot\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}.}$$

例18 求函数 $y=\ln\sin x$ 的导数.

解 $\because y=\ln u,\ u=\sin x.$

$$\therefore \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u}\cdot\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{u}\cdot\cos x=\frac{\cos x}{\sin x}=\cot x$$

例19 求函数 $y=(x^2+1)^{10}$ 的导数 .

解 $$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=10(x^2+1)^9\cdot(x^2+1)'$$

$$=10(x^2+1)^9\cdot 2x=20x(x^2+1)^9.$$

例20 求函数 $y=\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}$ 的导数 . $(a>0)$

解 $$y'=\left(\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}\right)'+\left(\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}\right)'$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{a^2-x^2}-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}+\frac{a^2}{2\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$=\sqrt{a^2-x^2}.$$

例21 求函数 $y=\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt[3]{x-2}}\ (x>2)$ 的导数.

解 $\because y=\dfrac{1}{2}\ln(x^2+1)-\dfrac{1}{3}\ln(x-2),$

$$\therefore y'=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2+1}\cdot 2x-\frac{1}{3(x-2)}=\frac{x}{x^2+1}-\frac{1}{3(x-2)}$$

例22 求函数 $y=\mathrm{e}^{\sin\frac{1}{x}}$ 的导数.

解 $y'=\mathrm{e}^{\sin\frac{1}{x}}(\sin\dfrac{1}{x})'=\mathrm{e}^{\sin\frac{1}{x}}\cdot\cos\dfrac{1}{x}\cdot(\dfrac{1}{x})'$

$$=-\frac{1}{x^2}\mathrm{e}^{\sin\frac{1}{x}}\cdot\cos\frac{1}{x}.$$

4. 初等函数的求导

（1）基本初等函数的导数

$$(C)' = 0 \qquad (x^{\mu})' = \mu x^{\mu-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\csc^2 x$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x \qquad (\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \qquad (\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} \qquad (\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

（2）函数的和、差、积、商的求导法则

设$u = u(x), v = v(x)$可导，则

（1）$(u \pm v)' = u' \pm v'$,　（2）$(Cu)' = Cu'$（C是常数）

（3）$(uv)' = u'v + uv'$,　（4）$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}\ (v \neq 0)$.

（3）复合函数的求导法则

设 $y = f(u)$， 而 $u = \varphi(x)$， 则复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 的导数为：

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u} \cdot \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} \quad 或 \quad y'(x) = f'(u) \cdot \varphi'(x).$$

利用上述公式及法则, 初等函数求导问题可完全解决.

注意：初等函数的导数仍为初等函数.

例23 求函数 $y=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ 的导数.

解 $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}(x+\sqrt{x+\sqrt{x}})'$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}(x+\sqrt{x})'\right)$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right)$$

$$=\frac{4\sqrt{x^2+x\sqrt{x}}+2\sqrt{x}+1}{8\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\cdot\sqrt{x^2+x\sqrt{x}}}.$$

例24 求函数 $y=f^n[\varphi^n(\sin x^n)]$ 的导数.

解 $y'=nf^{n-1}[\varphi^n(\sin x^n)]\cdot f'[\varphi^n(\sin x^n)]$

$$\cdot n\varphi^{n-1}(\sin x^n)\cdot\varphi'(\sin x^n)\cdot\cos x^n\cdot nx^{n-1}$$

$$=n^3\cdot x^{n-1}\cos x^n\cdot f^{n-1}[\varphi^n(\sin x^n)]$$

$$\cdot\varphi^{n-1}(\sin x^n)\cdot f'[\varphi^n(\sin x^n)]\cdot\varphi'(\sin x^n).$$

5. 双曲函数的导数

$$(\sinh x)' = \cosh x \qquad (\cosh x)' = \sinh x$$

$$\because \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$\therefore (\tanh x)' = \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x} = \operatorname{sech}^2 x$$

即 $(\tanh x)' = \operatorname{sech}^2 x.$

类似 $(\coth x)' = -\operatorname{csch}^2 x.$

$$\because \quad \operatorname{arc\,sinh} x = \ln(x+\sqrt{x^2+1})$$

$$\therefore \quad (\operatorname{arc\,sinh} x)' = \frac{(x+\sqrt{x^2+1})'}{x+\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

同理 $$(\operatorname{arc\,cosh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\operatorname{arc\,tanh} x)' = \frac{1}{1-x^2}$$

例25 求函数 $y=\operatorname{arctan}(\tanh x)$ 的导数.

解 $$y'=\frac{1}{1+\tanh^2 x}\cdot(\tanh x)'$$

$$=\frac{1}{1+\tanh^2 x}\cdot\frac{1}{\cosh^2 x}=\frac{1}{1+\dfrac{\sinh^2 x}{\cosh^2 x}}\cdot\frac{1}{\cosh^2 x}$$

$$=\frac{1}{\cosh^2 x+\sinh^2 x}=\frac{1}{1+2\sinh^2 x}.$$

2.1.5 小结与思考题

反函数的求导法则（注意成立条件）；

复合函数的求导法则（注意函数复合过程，合理分解并正确使用链导法）；

任何初等函数的导数都可按基本初等函数的求导公式和上述求导法则求出.

关键：正确分解初等函数的复合结构.

注意： $[u(x)\cdot v(x)]' \neq u'(x)+v'(x);$

$$[\frac{u(x)}{v(x)}]' \neq \frac{u'(x)}{v'(x)}.$$

分段函数求导时，分界点导数用左右导数求.

注意：初等函数在其定义区间内未必都可导.

如：函数 $y=\sqrt{x}$ 在 $x=0$ 点就不可导.

思考题

1、 求曲线 $y=2x-x^3$ 上与 x 轴平行的切线方程.

2、若 $f(u)$ 在 u_0 不可导，$u=g(x)$ 在 x_0 可导，且 $u_0=g(x_0)$，则 $f[g(x)]$ 在 x_0 处（　　）.

（1）必可导；（2）不可导；（3）不确定.

思考题解答

1、 $y' = 2 - 3x^2$ 令 $y' = 0$ $\Rightarrow$ $2 - 3x^2 = 0$

$$x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \qquad x_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$$

切点为 $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{4\sqrt{6}}{9}\right)$ $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{4\sqrt{6}}{9}\right)$

所求切线方程为 $y = \frac{4\sqrt{6}}{9}$ 和 $y = -\frac{4\sqrt{6}}{9}$

2、正确地选择是（3）

例 $f(u)=|u|$ 在 $u=0$ 处不可导，

取 $u=g(x)=\sin x$ 在 $x=0$ 处可导，

$f[g(x)]=|\sin x|$ 在 $x=0$ 处不可导，(1) ×

取 $u=g(x)=x^4$ 在 $x=0$ 处可导，

$f[g(x)]=|x^4|=x^4$ 在 $x=0$ 处可导，(2) ×

课堂练习题

一、　填空题：

1、 设 $y=\sqrt{x}\cdot\sin x$，则 $y'=$ ____________.

2、 设 $y=3a^x+\mathrm{e}^x-\dfrac{2}{x}$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$____________.

3、 设 $y=\mathrm{e}^x(x^2-3x+1)$, 则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}=$ __________.

4、 设 $y=2\tan x+\sec x+10$, 则 $y'=$___________.

5、 设 $y=f(x)=\dfrac{2}{1-x}+\dfrac{x^2}{2}$, 则 $f'(0)=$_______.

6、 曲线 $y=\dfrac{\pi}{2}+\sin x$ 在 $x=0$ 处的切线与 x 轴正向的夹角为__________.

二、 计算下列各函数的导数：

1、 $y=\dfrac{10^x-1}{10^x+1}$； 2、 $f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$，求 $f'(4)$；

3、 $y=\left(\dfrac{a}{b}\right)^x\left(\dfrac{b}{x}\right)^a\left(\dfrac{x}{a}\right)^b \quad (a>0, b>0)$.

三、 写出曲线 $y=x-\dfrac{4}{x}$ 与 x 轴交点处的切线方程.

课堂练习题答案

一、1、$\sqrt{x}\left(\frac{\sin x}{2x}+\cos x\right)$；2、$3a^{x}\ln a+e^{x}+\frac{2}{x^{2}}$；

3、-2； 4、$\sec x(2\sec x+\tan x)$；5、2；6、$\frac{\pi}{4}$.

二、1、$\frac{10^{x}\cdot\ln 100}{(10^{x}+1)^{2}}$； 2、$-\frac{1}{18}$；

3、$\left(\frac{a}{b}\right)^{x}\left(\frac{b}{x}\right)^{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{b}\left(\ln\frac{a}{b}-\frac{a-b}{x}\right)$.

三、$2x-y\pm 4=0$.

课堂练习题

一、 填空题：

1、 设 $y=(2x+1)^4$， 则 y'=_______________.

2、 设 $y=\cos^2 x$， 则 y'=_______________.

3、 设 $y=\operatorname{arccot} x^2$， 则 y'=_______________.

4、 设 $y=\ln\sin x$， 则 y'=_______________.

5、 设 $y=10^{x\tan 2x}$， 则 y'=_______________.

6、 设 $f(x)$可导，且 $y=xf(x^2)$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$=__________.

7、设 $f(x)=\mathrm{e}^{\tan^k x}$， 则 $f'(x)$=______________.

二、 求下列函数的导数：

1、 $y=\ln(x+\sqrt{x^2-a^2})$； 2、 $y=\ln(\sec x+\tan x)$；

3、 $y=\mathrm{e}^{\arcsin\sqrt{x}}$； 4、 $y=\dfrac{\arccos x}{\arcsin x}$；

5、 $y=\arcsin\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$.

三、 设 $f(x)=\begin{cases} x^k\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，问 k 满足什么条件，

$f(x)$在$x=0$处(1)连续？（2）可导？（3）导函数连续？

课堂练习题答案

一、1、$8(2x+1)^3$； 2、$-\sin 2x$； 3、$-\dfrac{2x}{1+x^4}$；

4、$\cot x$； 5、$10^{x\tan 2x}\ln 10(\tan 2x+2x\sec^2 2x)$；

6、$f(x^2)+2x^2 f'(x^2)$； 7、$e^{\tan^k x}\cdot k\tan^{k-1}x\cdot\sec^2 x$.

二、1、$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$； 2、$\sec x$； 3、$\dfrac{e^{\arcsin\sqrt{x}}}{2\sqrt{x(1-x)}}$；

4、$-\dfrac{\pi}{2\sqrt{1-x^2}(\arcsin x)^2}$； 5、$\dfrac{1}{(1-x)\sqrt{-2x(1+x)}}$.

三、(1) $k>0$； (2) $k>1$； (3) $k>2$.

课堂练习题

一、 填空题：

1、设 $y=\dfrac{\ln(x-1)}{x^n}$， 则 $y'=$________________；

2、设 $y=\sqrt{2x+\sqrt{x}}$，则 $y'=$________________；

3、设 $y=\dfrac{e^t+e^{-t}}{e^t-e^{-t}}$， 则 $y'=$________________；

4、设 $f(x)=x(x-1)(x-2)\cdots(x-2008)$，则 $f'(0)=$____________.

二、 求下列函数的导数：

1、 $y=\tanh(1-x^2)$； 2、 $y=\operatorname{ar}\cosh(x^2-1)$；

3、 $y=\operatorname{ar}\sinh(e^{2x})$； 4、 $y=\sinh x e^{\cosh x}$；

5、 $y=(\arctan\dfrac{x}{2})^2$； 6、 $y=e^{-\cos^2\frac{1}{x}}$.

课堂练习题答案

一、1、$\dfrac{x-n(x-1)\ln(x-1)}{(x-1)x^{n+1}}$；　2、$\dfrac{4\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x}\sqrt{2x+\sqrt{x}}}$；

3、$-\dfrac{1}{\sinh^2 t}$；　4、2008!.

二、1、$\dfrac{-2x}{\cosh^2(1-x^2)}$；　2、$\dfrac{2x}{|x|\sqrt{x^2-2}}$；

3、$\dfrac{2e^{2x}}{\sqrt{e^{4x}+1}}$；　4、$e^{\cosh x}(\cosh x+\sinh^2 x)$；

5、$\dfrac{4}{4+x^2}\arctan\dfrac{x}{2}$；　6、$-\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{2}{x}\cdot e^{-\cos^2\frac{1}{x}}$.