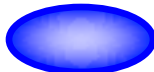
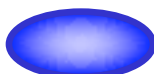


第一章 函数与极限

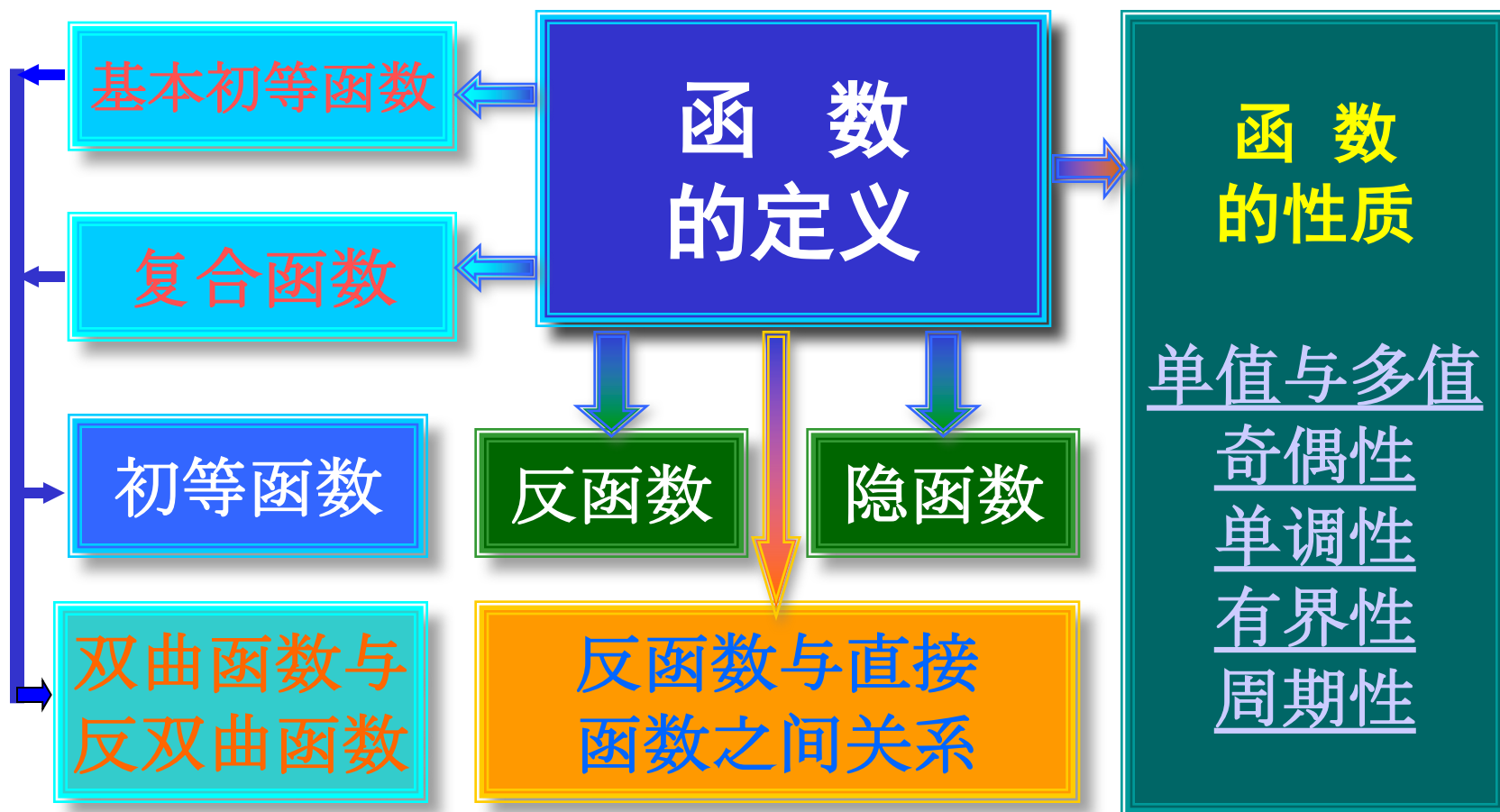
复习

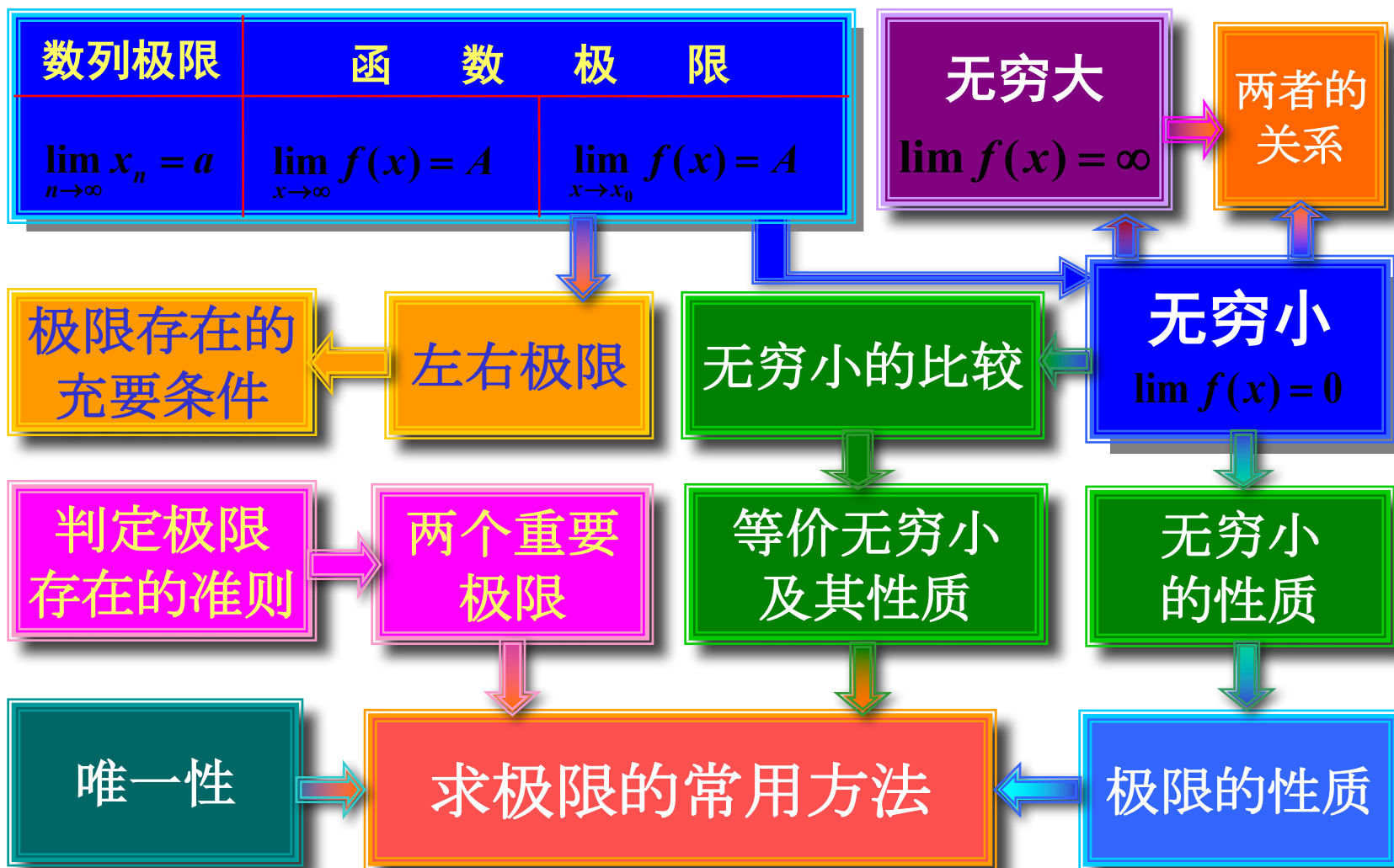
一、主要内容

 (一) 函数

 (二) 极限

 (三) 连续





1、极限的定义

定义 如果对于任意给定的正数 ε (不论它多么小),总存在正数 N ,使得对于 $n > N$ 时的一切 x_n ,不等式 $|x_n - a| < \varepsilon$ 都成立,那末就称常数 a 是数列 x_n 的极限,或者称数列 x_n 收敛于 a ,记为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \text{或 } x_n \rightarrow a \quad (n \rightarrow \infty).$$

" $\varepsilon - N$ "定义

$\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0$, 使 $n > N$ 时, 恒有 $|x_n - a| < \varepsilon$.

定义 2 如果对于任意给定的正数 ε (不论它多么小), 总存在正数 δ , 使得对于适合不等式 $0 < |x - x_0| < \delta$ 的一切 x , 对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式

$$|f(x) - A| < \varepsilon,$$

那末常数 A 就叫函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow x_0$ 时的极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \quad \text{或} \quad f(x) \rightarrow A (\text{当 } x \rightarrow x_0)$$

" $\varepsilon - \delta$ " 定义 $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$, 使当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$.

左极限 $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$, 使当 $x_0 - \delta < x < x_0$ 时,
恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$.

记作 $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 - 0 \\ (x \rightarrow x_0^-)}} f(x) = A$ 或 $f(x_0 - 0) = A$.

右极限 $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$, 使当 $x_0 < x < x_0 + \delta$ 时,
恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$.

记作 $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 + 0 \\ (x \rightarrow x_0^+)}} f(x) = A$ 或 $f(x_0 + 0) = A$.

定理: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) = A$.

2、无穷小与无穷大

无穷小：极限为零的变量称为无穷小。

记作 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ (或 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$).

无穷大：绝对值无限增大的变量称为无穷大。

记作 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ (或 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$).

无穷小与无穷大的关系

在同一过程中, 无穷大的倒数为无穷小; 恒不为零的无穷小的倒数为无穷大.

无穷小的运算性质

定理1 在同一过程中,有限个无穷小的代数和仍是无穷小.

定理2 有界函数与无穷小的乘积是无穷小.

推论1 在同一过程中,有极限的变量与无穷小的乘积是无穷小.

推论2 常数与无穷小的乘积是无穷小.

推论3 有限个无穷小的乘积也是无穷小.

3、极限的性质

定理 设 $\lim f(x) = A, \lim g(x) = B$, 则

$$(1) \quad \lim[f(x) \pm g(x)] = A \pm B;$$

$$(2) \quad \lim[f(x) \cdot g(x)] = A \cdot B;$$

$$(3) \quad \lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}, \quad \text{其中 } B \neq 0.$$

推论1 如果 $\lim f(x)$ 存在, 而 c 为常数, 则

$$\lim[cf(x)] = c \lim f(x).$$

推论2 如果 $\lim f(x)$ 存在, 而 n 是正整数, 则

$$\lim[f(x)]^n = [\lim f(x)]^n.$$

4、求极限的常用方法

- a. 连续函数代入法求极限;
- b. 消去零因子法求极限;
- c. 无穷小因子分出法求极限;
- d. 利用无穷小运算性质求极限;
- e. 利用左右极限求分段函数极限;
- f. 利用两个重要极限求极限;
- g. 利用等价无穷小替换求极限;
- h. 利用两个准则求极限.

5、判定极限存在的准则

准则 I' 如果当 $x \in \overset{o}{U}(x_0, \delta)$ (或 $|x| > M$) 时, 有

$$(1) g(x) \leq f(x) \leq h(x),$$

$$(2) \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ (x \rightarrow \infty)}} g(x) = A, \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ (x \rightarrow \infty)}} h(x) = A,$$

那末 $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ (x \rightarrow \infty)}} f(x)$ 存在, 且等于 A . (夹逼准则)

准则 II 单调有界数列必有极限.

6、两个重要极限

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{\text{某过程}} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1;$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{\text{某过程}} (1 + \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = e.$$

7、无穷小的比较

定义：设 α, β 是同一过程中的两个无穷小, 且 $\alpha \neq 0$.

(1) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 0$, 就说 β 是比 α 高阶的无穷小,

记作 $\beta = o(\alpha)$;

(2) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = C (C \neq 0)$, 就说 β 与 α 是同阶的无穷小;

特殊地 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 1$, 则称 β 与 α 是等价的无穷小;

记作 $\alpha \sim \beta$;

(3) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha^k} = C (C \neq 0, k > 0)$, 就说 β 是 α 是 k 阶的无穷小.

8、等价无穷小的性质

定理(等价无穷小替换定理)

设 $\alpha \sim \alpha', \beta \sim \beta'$ 且 $\lim \frac{\beta'}{\alpha'}$ 存在, 则 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = \lim \frac{\beta'}{\alpha'}$.

9、极限的唯一性

定理 若 $\lim f(x)$ 存在, 则极限唯一.

连续定义

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

间断点定义

左右连续

连续的
充要条件

在区间 $[a, b]$
上连续

连续函数的
运算性质

非初等函数的
连续性

初等函数的
连续性

连续函数的
性质

第一类
可去间断点
跳跃间断点

第二类
无穷间断点
振荡间断点

1、连续的定义

定义1 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某一邻域内有定义, 如果当自变量的增量 Δx 趋向于零时, 对应的函数的增量 Δy 也趋向于零, 即

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0 \quad \text{或} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$$

那末就称函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续, x_0 称为 $f(x)$ 的连续点.

定义2 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$

2、单侧连续

若函数 $f(x)$ 在 $(a, x_0]$ 内有定义, 且 $f(x_0 - 0) = f(x_0)$, 则称 $f(x)$ 在点 x_0 处左连续;

若函数 $f(x)$ 在 $[x_0, b)$ 内有定义, 且 $f(x_0 + 0) = f(x_0)$, 则称 $f(x)$ 在点 x_0 处右连续.

3、连续的充要条件

定理 函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续 $\Leftrightarrow$ 是函数 $f(x)$ 在 x_0 处既左连续又右连续.

4、间断点的定义

函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续必须满足的三个条件：

(1) $f(x)$ 在点 x_0 处有定义；

(2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在；

(3) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

如果上述三个条件中只要有一个不满足,则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不连续(或间断),并称点 x_0 为 $f(x)$ 的不连续点(或间断点).

5、间断点的分类

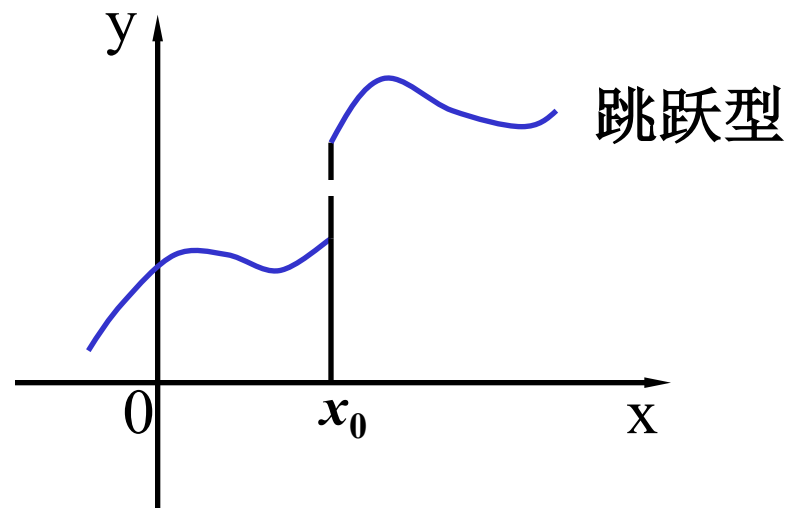
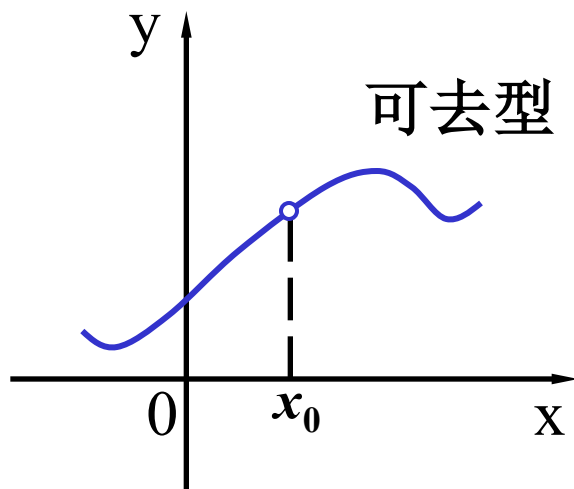
(1) 跳跃间断点 如果 $f(x)$ 在点 x_0 处左,右极限都存在,但 $f(x_0 - 0) \neq f(x_0 + 0)$,则称点 x_0 为函数 $f(x)$ 的跳跃间断点.

(2) 可去间断点 如果 $f(x)$ 在点 x_0 处的极限存在,但 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \neq f(x_0)$,或 $f(x)$ 在点 x_0 处无定义则称点 x_0 为函数 $f(x)$ 的可去间断点.

跳跃间断点与可去间断点统称为**第一类间断点**.

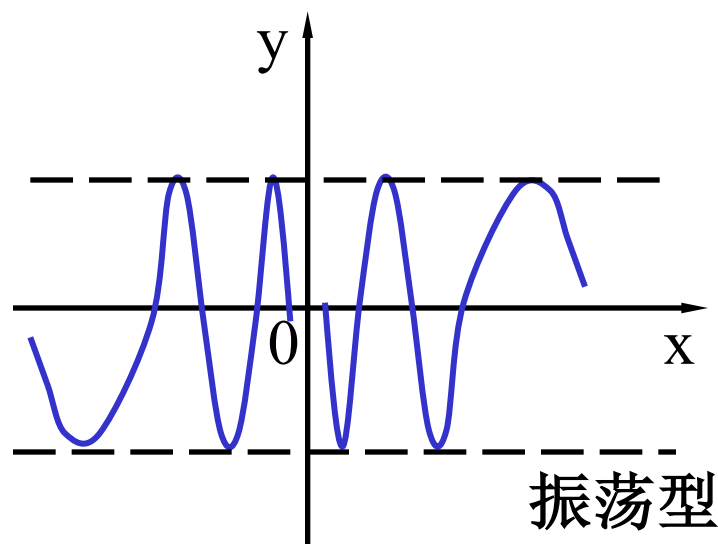
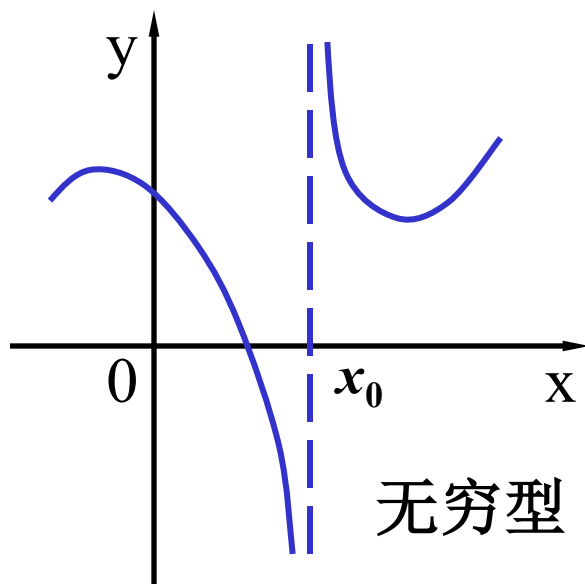
特点：函数在点 x_0 处的左,右极限都存在.

第一类间断点



第二类间断点 如果 $f(x)$ 在点 x_0 处的左,右极限至少有一个不存在,则称点 x_0 为函数 $f(x)$ 的第二类间断点.

第二类间断点



6、闭区间的连续性

如果函数在开区间 (a, b) 内连续,并且在左端点 $x = a$ 处右连续,在右端点 $x = b$ 处左连续,则称函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续.

7、连续性的运算性质

定理 若函数 $f(x), g(x)$ 在点 x_0 处连续,则

$$f(x) \pm g(x), f(x) \cdot g(x), \frac{f(x)}{g(x)} (g(x_0) \neq 0)$$

在点 x_0 处也连续.

8、初等函数的连续性

定理1 严格单调的连续函数必有严格单调的连续反函数.

定理2 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = a$, 函数 $f(u)$ 在点 a 连续, 则有

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f[\varphi(x)] = f(a) = f[\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)].$$

定理3 设函数 $u = \varphi(x)$ 在点 $x = x_0$ 连续, 且 $\varphi(x_0) = u_0$, 而函数 $y = f(u)$ 在点 $u = u_0$ 连续, 则复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 在点 $x = x_0$ 也连续.

定理4 基本初等函数在定义域内是连续的.

定理5 一切初等函数在其定义区间内都是连续的.
定义区间是指包含在定义域内的区间.

9、闭区间上连续函数的性质

定理1(最值定理) 在闭区间上连续的函数一定有最大值和最小值.

定理2(有界性定理) 在闭区间上连续的函数一定在该区间上有界.

定理 3(零点定理) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a)$ 与 $f(b)$ 异号(即 $f(a) \cdot f(b) < 0$), 那末在开区间 (a, b) 内至少有函数 $f(x)$ 的一个零点, 即至少有一点 ξ ($a < \xi < b$), 使 $f(\xi) = 0$.

定理 4(介值定理) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且在这区间的端点取不同的函数值

$$f(a) = A \text{ 及 } f(b) = B,$$

那末, 对于 A 与 B 之间的任意一个数 C , 在开区间 (a, b) 内至少有一点 ξ , 使得 $f(\xi) = c$ ($a < \xi < b$).

推论 在闭区间上连续的函数必取得介于最大值 M 与最小值 m 之间的任何值.

例1 当 $|x| < 1$ 时,

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1+x)(1+x^2)(1+x^4) \cdots (1+x^{2^n})$.

解 将分子、分母同乘以因子 $(1-x)$, 则

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4) \cdots (1+x^{2^n})}{1-x} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4) \cdots (1+x^{2^n})}{1-x} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-x^{2^n})(1+x^{2^n})}{1-x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x} \\ &= \frac{1}{1-x}. \quad (\because \text{当 } |x| < 1 \text{ 时, } \lim_{n \rightarrow \infty} x^{2^{n+1}} = 0.) \end{aligned}$$

例2 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{x^3}}.$

解 解法讨论 设 $\lim f(x) = 0$, 则

$$\begin{aligned} \lim [1 + f(x)]^{g(x)} &= e^{\lim g(x) \ln[1 + f(x)]} \\ &= e^{\lim g(x) f(x)}. \end{aligned}$$

$$(\because \ln[1 + f(x)] \sim f(x))$$

$$\lim [1 + f(x)]^{g(x)} = e^{\lim g(x) f(x)}.$$

$$\text{原式} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[1 + \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{x^3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[1 + \frac{\tan x - \sin x}{1 + \sin x} \right]^{\frac{1}{x^3}}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{1 + \sin x} \cdot \frac{1}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{(1 + \sin x)\cos x} \cdot \frac{1}{x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1 - \cos x}{x^2} \cdot \frac{1}{(1 + \sin x)\cos x} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{原式} = e^{\frac{1}{2}}.$$

例3 设 $p(x)$ 是多项式,且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x) - x^3}{x^2} = 2$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p(x)}{x} = 1, \text{求 } p(x).$$

解 $\because \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x) - x^3}{x^2} = 2,$

$\therefore$ 可设 $p(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$ (其中 a, b 为待定系数)

$$\text{又 } \because \lim_{x \rightarrow 0} \frac{p(x)}{x} = 1,$$

$$\therefore p(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b \sim x \quad (x \rightarrow 0)$$

从而得 $b = 0, a = 1$. 故 $p(x) = x^3 + 2x^2 + x$

例4 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} |x-1|, & |x| > 1 \\ \cos \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1 \end{cases}$ 的连续性.

解 将 $f(x)$ 改写成

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < -1 \\ \cos \frac{\pi x}{2}, & -1 \leq x \leq 1 \\ x-1, & x > 1 \end{cases}$$

显然 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1), (-1, 1), (1, +\infty)$ 内连续.

当 $x = -1$ 时,

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (1 - x) = 2. \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \cos \frac{\pi x}{2} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \cos \frac{\pi x}{2} = 0. \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0.$$

$$\because \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \quad \because \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

故 $f(x)$ 在 $x = -1$ 间断. 故 $f(x)$ 在 $x = 1$ 连续.

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ 连续.

例5 设 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上连续,且 $f(0) = f(1)$,
证明必有一点 $\xi \in [0,1]$ 使得 $f(\xi + \frac{1}{2}) = f(\xi)$.

证明 令 $F(x) = f(x + \frac{1}{2}) - f(x)$, 则 $F(x)$ 在 $[0, \frac{1}{2}]$ 上连续.

$$\because F(0) = f(\frac{1}{2}) - f(0), \quad F(\frac{1}{2}) = f(1) - f(\frac{1}{2}),$$

讨论: 若 $F(0) = 0$, 则 $\xi = 0$, $f(0 + \frac{1}{2}) = f(0)$;

若 $F(\frac{1}{2}) = 0$, 则 $\xi = \frac{1}{2}$, $f(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2})$;

若 $F(0) \neq 0, F(\frac{1}{2}) \neq 0$, 则

$$F(0) \cdot F(\frac{1}{2}) = -[f(\frac{1}{2}) - f(0)]^2 < 0.$$

由零点定理知, $\exists \xi \in (0, \frac{1}{2})$, 使 $F(\xi) = 0$.

即 $f(\xi + \frac{1}{2}) = f(\xi)$ 成立.

综上所述: 必有一点 $\xi \in [0, \frac{1}{2}] \subset [0, 1]$,

使 $f(\xi + \frac{1}{2}) = f(\xi)$ 成立.



测 验 题

一、 选择题（每小题 2 分共 20 分）：

1. 函数 $y = \sqrt{1-x} + \arccos \frac{x+1}{2}$ 的定义域是 ()

(A) $x \leq 1$;

(B) $-3 \leq x \leq 1$;

(C) $(-3, 1)$;

(D) $\{x|x < 1\} \cap \{x|-3 \leq x \leq 1\}$.

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} x-3, & -4 \leq x \leq 0 \\ x^2+1, & 0 < x \leq 3 \end{cases}$ 的定义域是 ()

(A) $-4 \leq x \leq 0$; (B) $0 < x \leq 3$;

(C) $(-4, 3)$; (D) $\{x|-4 \leq x \leq 0\} \cup \{x|0 < x \leq 3\}$.

3、函数 $y = x \cos x + \sin x$ 是 ()

(A) 偶函数; (B) 奇函数; (C) 有界函数; (D) 周期函数.

4、函数 $f(x) = 1 + \cos \frac{\pi}{2} x$ 的最小正周期是 ()

(A) 2π ; (B) π ; (C) 4 ; (D) $\frac{1}{2}$.

5、函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 在定义域上为 ()

(A) 有上界无下界; (B) 有下界无上界;

(C) 有界, 且 $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$;

(D) 有界, 且 $-2 \leq \frac{x}{1+x^2} \leq 2$.

6、与 $f(x) = \sqrt{x^2}$ 等价的函数是 ()

(A) x ; (B) $(\sqrt{x})^2$; (C) $(\sqrt[3]{x})^3$; (D) $|x|$.

7、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数哪一个是其它三个的高阶无穷小 ()

(A) x^2 ; (B) $1 - \cos x$;
(C) $x - \tan x$; (D) $\ln(1 + x)$.

8、设 $a_0, b_0 \neq 0$, 则当 () 时有

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \cdots + a_m}{b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \cdots + b_n} = \frac{a_0}{b_0} .$$

(A) $m > n$; (B) $m = n$; (C) $m < n$; (D) m, n 任意取.

9、设 $f(x) = \begin{cases} x-1, & -1 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$

则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = (\quad)$

(A) -1 ; (B) 1 ; (C) 0 ; (D) 不存在 .

10、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|} = (\quad)$

(A) 1; (B) -1; (C) 0; (D) 不存在.

二、求下列函数的定义域（每小题 5 分共 10 分）：

1、 $y = \sin(2x + 1) + \arctan x$ ；

2、 $\varphi(x) = \sqrt{\lg \frac{9x - x^2}{2} - 1}$ 。

三、（每小题 5 分共 10 分）设 $g(x-1) = 2x^2 - 3x + 1$

(1) 试确定 a, b, c 的值使

$$g(x-1) = a(x-1)^2 + b(x-1) + c \quad ;$$

(2) 求 $g(x+1)$ 的表达式 。

四、（6 分）求 $f(x) = (1 + x^2) \operatorname{sgn} x$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 。

五、 求极限（每小题 4 分共 24 分）：

1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 1}{(1 - n)^2}$ ；

2、 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1 + x} - 2}{x - 3}$ ；

3、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{2}{x}}$ ；

4、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$ ；

5、 当 $x \neq 0$ 时， $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \cdots \cos \frac{x}{2^n}$ ；

6、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sqrt{2x^2 - 1}}$.

六、 (10 分) 设有函数 $f(x) = \begin{cases} \sin ax, & x < 1 \\ a(x-1)-1, & x \geq 1 \end{cases}$ 试确定 a 的值使 $f(x)$ 在 $x=1$ 连续 .

七、 (10 分) 讨论函数 $f(x) = \frac{x \arctan \frac{1}{x-1}}{\sin \frac{\pi}{2} x}$ 的连续性, 并判断其间断点的类型 .

八、 (10 分) 证明奇次多项式:
 $P(x) = a_0 x^{2n+1} + a_1 x^{2n} + \cdots + a_{2n+1}$ ($a_0 \neq 0$) 至少存在一个实根 .

测验题答案

一、 1、 B; 2、 D; 3、 B; 4、 C; 5、 C;
 6、 D; 7、 C; 8、 B; 9、 D; 10、 D;

二、 1、 $(-\infty, +\infty)$; 2、 $[4, 5]$.

三、 $a = 2, b = 1, c = 0, g(x+1) = 2x^2 + 5x + 3$.

$$\text{四、 } f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & x > 1 \\ 0, & x = 0 \\ -\sqrt{-(x+1)}, & x < -1 \end{cases}.$$

五、 1、 2; 2、 $\frac{1}{4}$; 3、 e^2 ;

4、 1; 5、 $\frac{\sin x}{x}$; 6、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

六、 $a = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

七、 $x = 0$ 可去间断点, $x = 1$ 跳跃间断点,

$x = 2n (n = \pm 1, \pm 2, \dots)$ 无穷间断点,

x 为其它实数时 $f(x)$ 连续.