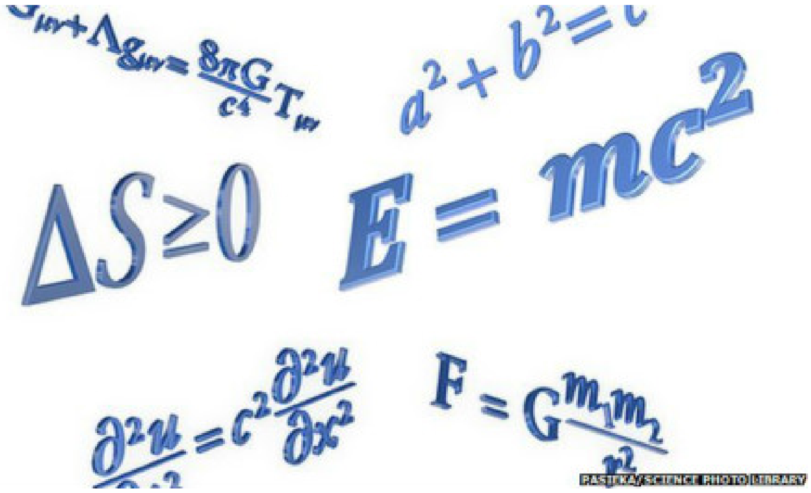


数学突破奖：告诉你一个真实的数学研究

方弦 发表于 2014-07-01 12:54

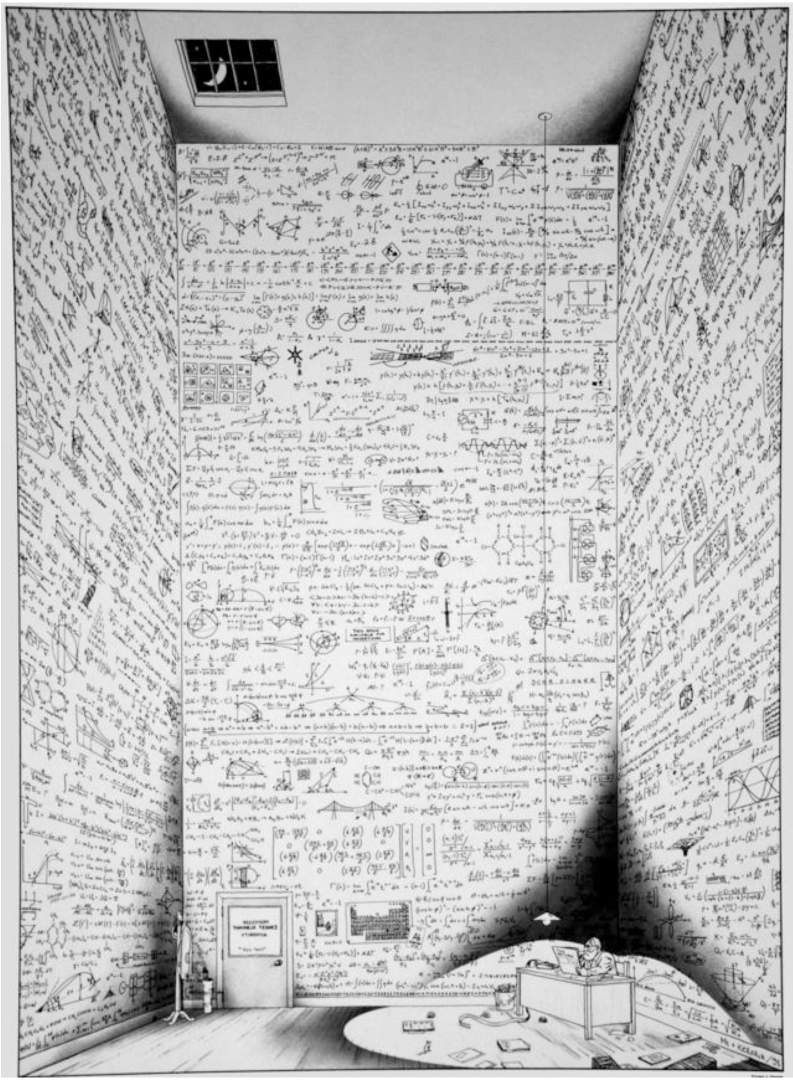
科学是目前人类探知客观世界最好的方式。尽管投入科学不能一蹴而就地得到切实有用的成果，但长远来看却是技术发展最好的动力源。与技术开发不同，对科学的投入更像是公益活动，因为科学研究得到的成果属于全人类。而数学作为科学的“语言”，也有着类似的性质。

在目前富豪争相投身公益事业的社会潮流下，我们能听到的科学奖项也越来越多。除去老牌的菲尔兹奖、诺贝尔奖以外，我们时不时还能听到一些新的奖项。在前不久的 6 月 23 日，又有一个新的奖项横空出世，它名为“数学突破奖”，它的目标是“认可本领域内的重要进展，向最好的数学家授予荣誉，支持他们未来的科研事业，以及向一般公众传达数学激动人心之处”。

这个奖项引人注目的原因之一是它的奖金来源：Facebook 的创始人扎克伯格以及数码天空科技的创始人之一米尔诺。此前他们还设立了“基础物理突破奖”与“生命科学突破奖”，合作者更包括 Google 创始人之一布林以及阿里巴巴的创

始人马云。他们都是互联网造就的新贵，大概也正因如此，他们更理解科学的重要性：正是科学的飞速发展，带来了日新月异的信息技术，才给他们带来了庞大的财富。

另一个引人注目之处则是高昂的奖金：300 万美元，这是诺贝尔奖的 2.5 倍有余，与解决 3 个克雷研究所千年难题所能获得的金额相同。这是目前科学奖项最高的奖金，它很好地完成了吸引公众眼球的任务。



数学家需要什么？成吨草稿纸和几面很大的墙。这些面墙现在可价值不菲。

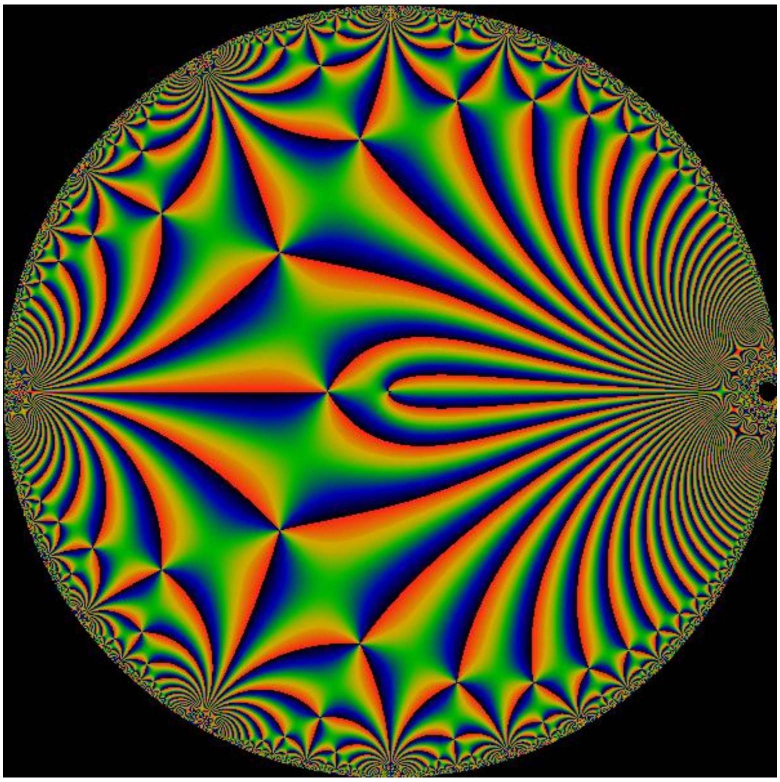
那么，这次的获奖者都有哪些呢？他们的贡献又是什么呢？

- **西蒙•唐纳森（Simon Donaldson）**，来自石溪大学以及伦敦帝国学院，他因“四维流形革命性的新不变量，以及在丛以及法诺簇两方面，对其中代数几何与全局微分几何中稳定性之间联系的研究”而获奖。
- **马克西姆•孔采维奇（Maxim Kontsevich）**，来自法国高等科学研究院，他因“在包括代数几何、形变理论、辛拓扑、同调代数以及动力系统等在数学众多领域中产生深刻影响的工作”而获奖。
- **雅各布•劳瑞（Jacob Lurie）**，来自哈佛大学，他因“有关高阶范畴论和导出代数几何方面基础性的工作，对全扩展拓扑量子场论的分类，以及对椭圆上同调的参模理论解释”而获奖。
- **陶哲轩（Terence Tao）**，来自加州大学洛杉矶分校，他因“在调和分析、组合学、偏微分方程以及解析数论中的众多突破性贡献”而获奖。
- **理查德•泰勒（Richard Taylor）**，来自普林斯顿高等研究院，他因“在自守形式理论方面的多项突破性工作，包括谷山-韦伊猜想、一般线性群上的局部郎兰兹猜想以及佐藤-泰特猜想”而获奖。

看着这些简介，你现在的脑海里一定充满了各种“这些字每一个我都认识，但是合起来是啥”又或者“哇好厉害啊好高深啊他们干的到底是啥”之类的念头。不要急，先让我带大家分析他们的主要贡献。

理查德·泰勒：代数数论

我们从理查德·泰勒开始。他的名字可能不太为人熟知，但如果说起费马大定理以及安德烈·怀尔斯，大部分人可能都略有耳闻。泰勒是怀尔斯的学生。在当年怀尔斯证明费马大定理的故事中有一个小插曲，怀尔斯最初发布的证明其实是不正确的，其中存在一个漏洞。大家一开始看不出来，但随着数学界慢慢审视这项重要的工作，漏洞很快就被发现了。怀尔斯花了一年的时间找到了绕过漏洞的方法，而与他一起完成这项工作的，就是泰勒。



在代数数论中，j 不变量是一个具有基础地位的模形式。

泰勒主要研究的领域是自守形式理论，这是代数数论——用代数结构研究自然数的一门数学分支——的一个重要部分。要理解自守形式，最好先从模形式开始。模形式是一种特殊的复值函数，它定义在复平面的上半部分，满足一定的增长条件，而最重要的是它有着高度的对称性，在一个被称为“模群”的特殊变换群的各种变换下仍然保持不变。这个群中的元素都是所谓的“默比乌斯变换”：

$$[z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}, \ a,b,c,d \in \mathbb{Z}, \ , ad-bc=1]$$

这里的 a,b,c,d 都是整数，也正因如此，模形式与数论天生就具有密不可分的关系。许多数论中的问题，甚至最耀眼的黎曼猜想，都能在模形式中找到联系，特别是一类被称为“椭圆曲线”的特殊曲线，与之关系更为密切，而这正是泰勒与他的合作者证明的谷山-韦伊猜想（现在又被称为模性定理）的内容。不仅是费马大定理，许多形式类似的方程解是否存在的问题，最终也能归结到有关某类椭圆曲线与模形式之间的关系，经过谷山-韦伊猜想指示的联系，从而得到解决。（有关群论与模形式理论的另一个联系，请参见科学松鼠会文章《有限单群：一段百年征程》）

除此之外，椭圆曲线除了是代数数论研究的轴心之一，也是计算数论中重要的研究对象，从而在实际生活中的应用占据着一席之地，特别是与每个人密切相关的密码学。与椭圆曲线有关的不对称加密协议，已经成为密码学的重要分支之一。这类加密协议虽然速度较慢，但在相同的密钥长度下，可以提供更可靠的保护。而这些加密协议的有效性以及具体应用,反过来又与椭圆曲线的理论研究息息相关。有许多加密时使用的工具，比如说泰特配对，就来源于理论研究。另外，椭圆曲线本身就能用于整数的因子分解，这也是 RSA 密码体系的命门。

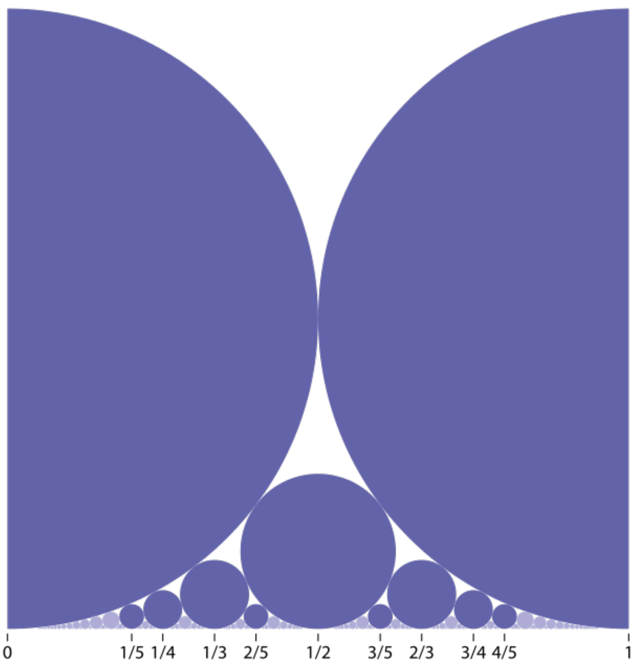
至于泰勒研究的自守形式，则是模形式的一种推广，而椭圆曲线的对应推广又被称为超椭圆曲线。对于这些“升级版”的研究可以说根·本·停·不·下·来。它们结构之精致、地位之重要、内涵之丰富，再加上应用的潜力，实在使数学家们欲罢不能。

陶哲轩：解析数论、调和分析

对于陶哲轩，我们熟悉得多。他是华裔，也是神童，研究的领域之一——解析数论——也早已经由陈景润与哥德巴赫猜想而在中国家喻户晓。

同样研究自然数，陶哲轩的路子跟泰勒相去甚远。泰勒研究的代数数论，是尝试通过代数结构来理解自然数；而陶哲轩研究的解析数论，则是尝试通过函数的解析性质（例如有关上下界的估计）来进行探索。

在解析数论中，能用到的工具很多。除了经典的微积分（也就是高数中能学到的东西），还涉及更复杂的调和分析、代数数论以及组合中的一些工具。解析数论中的两大方法，筛法与圆法，前者可以看成组合学中容斥原理的巧妙应用，后者则是复分析与调和分析的集大成者。



解析数论中的圆法。

陶哲轩在解析数论领域的重要贡献之一，就是引入了新的工具与技巧。他与本·格林证明了，存在任意长（而不是无限长）的等差数列，其中的每一项都是素数。在这个证明之中，他们用圆法拓展了组合中一个由斯泽梅雷迪发现的深刻定理，利用了有关加性组合的新思想解决解析数论的问题。这也使人们更多关于有关加性组合的研究。（解析数论相关知识请参阅科学松鼠会的《素数并不孤独》以及果壳网的【果壳网专访】哈洛德•贺欧夫各特：彻底证明弱哥德巴赫猜想）

除此之外，陶哲轩在调和分析、偏微分方程方面也有重要的贡献，这两个领域对实际应用的影响更大。在工程中经常使用的小波分析，其实就是调和分析的一种应用。而陶哲轩对调和分析的研究，也直接催生了一门新的技术——压缩感知。

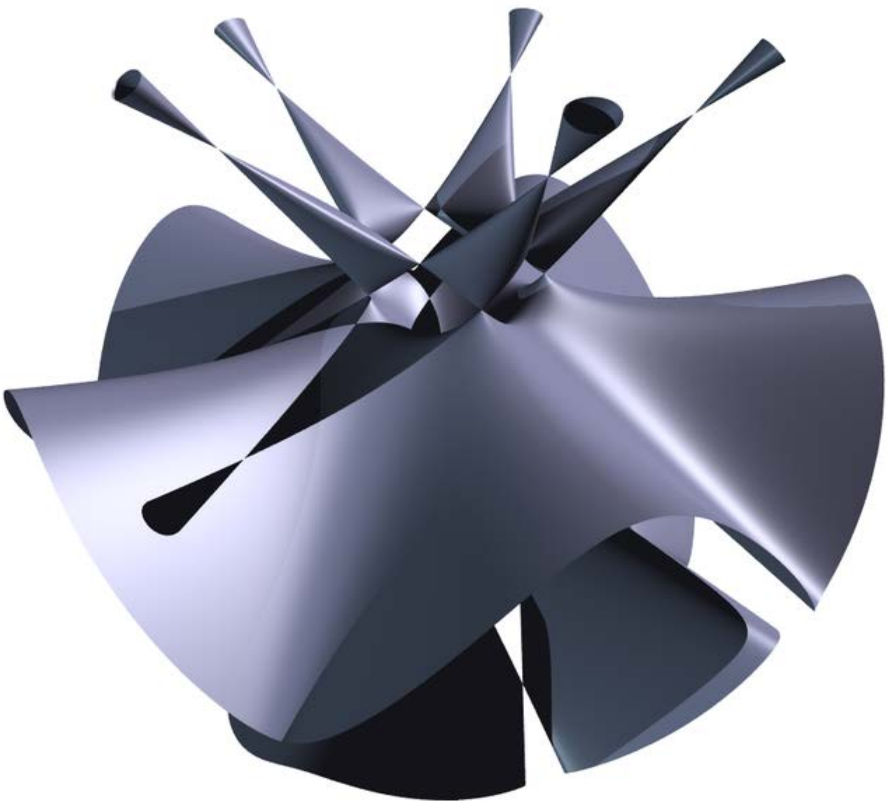
压缩感知，其实就是如果我们知道信号的某些特殊性质，那么即使只进行少量的测量，在合适的情况下仍然能大体还原整个信号。在工程学中，我们经常需要测量某些信号，比如在摄影中，测量就是照相，而信号就是要成像的物体。利用这种方法，已经有人制作了只需单个像素感光元件的照相机，效果还不错，而需要记录的数据量则大大降低。这项技术在医疗诊断、人脸识别等广泛的领域都有重要的应用。

陶哲轩在组合学方面的工作，除了与解析数论有关的加性组合以外，还有代数组合。他与艾伦·克努森（Allen Knutson）发现的蜂窝模型给出了李特尔伍德-理查森系数的又一个组合解释，这些系数与一般线性群的表示论以及格拉斯曼簇的上同调有关，他也借此解决了代数组合中的一些猜想。

更广阔的数学

还有剩下三位的工作又是什么呢？

剩下的这三位，我仅仅知道他们研究的领域都与“代数几何”这一数学分支有关。虽然代数和几何大家都很熟悉，但“代数几何”作为一个整体，听说过的人可说是寥寥无几。代数几何奠基于希尔伯特的零点定理，之后经过格罗滕迪克之手一发不可收拾，目前已经发展数学中一门非常重要而又高度抽象的分支，与数学的其他分支有着各种各样深刻的联系。我虽然也有做代数几何的朋友，但是聊天的时候从来没有听懂过他的工作。



代数几何，陶里亚蒂曲面是一个五阶代数曲面，图为其中的一个实轨迹。

所以说到他们具体的研究内容，很遗憾，我也不清楚。

先不要急着用皮鞋追打我，也不要揭穿我各种打小广告的行为，我这样捉急，也是有原因的：

1、数学的专门性

数学的跨度实在太广了，而每个领域都太深奥了，现在，即使穷尽一个人的一生，也难以涉猎数学的所有领域，而这些专家的所有工作横跨各种各样的领域，要一一详细解释更是难上加难。即使是数学系学生，对于很多没有钻研过的领域的理解，也只是“听说过大概是那么一回事”的程度而已。实际上，现在整个科学体系经过数百年的不断积累，已经发展为一个庞大的整体。

- **在牛顿的时代，一人可以跨越数个不同的学科同时有所建树；**
- **在居里夫人的时代，一人最多只能在一个学科的许多领域都有贡献；**
- **在现代，一人最多只能在一个学科的几个领域得到重大的成果，而绝大部分的研究者熟悉的仅仅是他们主攻的一两个领域。**

学科的细分前所未有，这也是一种必然，科学体系经过一代又一代研究者成年累月的积累，迟早会突破个人能掌握的极限，即使是天才。专业化、细分化，这是唯一的出路。而数学研究领域之广阔，研究对象之丰富，研究方法之多样，更是其他学科中少见的。这也造成了数学分支之间前所未有的隔膜。

2、数学的抽象性

除了专门化之外，数学还有一个其他学科少有的特点：高度的抽象化。

- **在欧拉的时代，数学表现成那种人人熟悉的数学式子；**

- **在希尔伯特的时代，数学家们已不满足于这种略显简单的抽象，决意利用更为抽象的语言将数学精确化，于是诞生了公理集合论；**
- **在代数拓扑与代数几何兴起的时代，随着代数拓扑与代数几何的发展，公理集合论已经略显繁琐，数学家们引入更抽象的范畴，推广出高阶范畴（即使是无比复杂的结构，也被抽象为点与箭头、箭头之间的箭头、箭头之间的箭头之间的箭头，层次永无止尽）；**
- **到了现在，兴起了对一种名为“拓扑斯”的特殊而又更为抽象的范畴，某些数学家甚至希望用它来代替公理集合论作为数学的基础。**

数学的这种高度的抽象性决定了它很难被普通大众所理解，有时甚至包括领域不相同的其他数学家们。

研究量子群论的数学家，丝毫不会担心公理集合论中不可达基数的存在性会不会影响他的研究；埋头苦干纳维-斯托克斯偏微分方程的研究生，多半也永远不会用到范畴论中有关自伴逆变算子的结论；即使是代数几何的大拿，如果被问起随机幂律图的直径分布，大概也只能摇摇头。

正因如此，数学中跨领域的合作弥足珍贵，一个领域的数学工具如果能用在另一个领域中，常常也会带来意想不到的惊喜。

3、数学的传播困难

由于数学的专门性和抽象性，向一般大众传播有关数学的新知，常见的结局无非两种：传达的信息正确无误，但读者只能不明觉厉；传达的信息过度简化甚至歪

曲，读者读得高兴，自以为理解，实际上却是谬种流传。而在科技日新月异的今天，即使是身边的技术，其中的包含的数学也早已非一般人能够掌握。

对于现代的数学研究而言，高中数学不过是玩具，而大学中传说挂了无数人的高数，也只不过是基础中的基础。但对于绝大多数人来说，高数已经远远超过他们所需要掌握的数学。在保持正确性的前提下，现代的数学研究即使经过高度简化也难以为大众所理解，这也是非常正常的事情。如何逾越这个障壁，将数学的美、数学的作用以及研究数学的乐趣向大众传达，走出新的道路，这是一个难题，也是一个必须思考的问题。

互联网新贵们设立这个数学巨奖来奖励数学家，也是这种数学传播的一种尝试。他们希望能将公众的注意力吸引到数学研究上，让更多的人关注数学、喜欢数学，从而间接地鼓励未来的数学研究，还有未来的科技发展。(编辑：Jerrusalem）