

## 革命、变迁与偏微分方程——林芳华教授访谈录



编者按：本文系林芳华先生于 2007 年 12 月 10 日在新加坡国立大学数学中心 ( IMS ) 接受 Imprints 杂志社记者 Y.K. Leong 的访谈实录，英文由费腾译出。

林芳华 ( Fang-Hua Lin ) 是一位在世界范围内享有声誉的数学家，他以有关古典分析及其在非线性偏微分方程中应用的工作闻名于世。

林芳华 1981 年毕业于浙江大学数学系，1985 年在明尼苏达大学获数学博士学位。1985-1988 年在纽约大学库朗数学研究所担任讲师，1988 年任芝加哥大学正教授。1989 年他回到纽约大学，并于 2002 年被授予 Silver 教授一职。其间，秉承库朗研究所的传统，他一直从事于利用硬分析工具研究非线性偏微分方程的工作，并取得了杰出的成果。

林先生的学术成果包括超过 160 篇论文以及三本讲义。甚至在博士毕业之前，他就因发表了数量众多的论文而知名。在他的许多贡献中，尤以关于小参数的 Ginzburg-Landau 方程的奠基性工作和有关调和映射及液晶的深刻结果而为人熟知。

他也因此获得了众多的荣誉和奖项，其中包括 Alfred P. Sloan 研究奖 ( Alfred P. Sloan Research Fellowship )，美国国家科学基金会杰出青年科学家总统奖 ( Presidential Young Investigator

Award), 美国数学会 Bocher 奖及陈省身奖。他是美国艺术与科学院院士, 同时作为一名杰出的演讲者, 曾多次被包括美国、中国、日本在内的重要学术会议以及全球各知名大学邀请。除了指导博士及博士后以外, 他还是许多一流数学刊物的编委, 如 Communications in Pure and Applied Mathematics, Analyse non-lineaire, IHP, SIAM Journal of Mathematical Analysis and Journal of Differential Geometry 等等。

成为其领域领袖级的科学家后, 林芳华先生依旧对他的故乡——中国怀有深厚的感情与责任感。在过去的二十余年中, 他一直致力于促进国际间数学合作以及中国数学界发展的工作。此外, 他还与新加坡国立大学数学系和物理系联系密切, 于 2007 年 11 月 1 日至 12 月 31 日担任 IMS (新加坡国立大学数学中心) 中 Bose-Einstein 凝聚以及超导超流中的量子漩涡项目组委员会联席主席。最近, 他又担任了 IMS 中“计算材料仿真与设计的数学理论和数值方法”课题组 (2009.7.1-2009.8.31) 和该项目暑期学校 (2009.6.17-2009.7.19) 2007 年 12 月 10 日, 林芳华先生在 IMS 接受了 Imprints 杂志记者 Y.K. Leong 的采访。内容包括林先生对上世纪 70 年代文化大革命中自己求学生涯的回顾。

L: 我小学是从三年级开始读起的, 因为前两年正是文化大革命刚爆发最激烈的两年。当时除了背《毛主席语录》外也不学什么东西。直到五年级, 我们才开始学解方程。当时很多同学觉得非常之难, 但我却学得很轻松。我开始对数学产生了兴趣, 因为除了机械地套公式以外, 好像还有些别的什么藏在后头。我的小学老师认为我很有些天赋。我初中念了一年还是两年 (六年级和七年级), 自学了不少数学和物理的内容。我有幸遇上了一位非常好的老师, 他给了我不少文革前出版的读物和一些专门的数学书。我把它们基本都读了一遍, 发现也不是很难弄明白。但当时在高中里我没花多少力气去学习, 因为文革一直闹着, 不知何时是个尽头。你看不见你的未来, 所以也不怎么努力——最后成为一个农民。我很喜欢当时自由的时光, 从来没有遵照什么规则, 或是系统地学习什么东西。

I: 或许这样对创造力有帮助?

L: 是的, 某种意义上是这样。因为我总喜欢自己想问题, 自己解决问题, 而不是在书里找解答。当然, 这样一来利弊兼有。

I: 除了在芝加哥大学不长的时日，您基本上都在纽约大学工作，是什么如此吸引您呢？

L: 有很多原因。首先，纽约这座城市很独特，生活在那里感觉就像在家一样，每个人都这么觉得。那儿生活很丰富：音乐、画廊、博物馆、电影院、餐馆，妙极了。我是一个懒人，总想尽可能简单地办事——吃东西方便，上下班不远，总之一切都触手可及就好。另外也是因为库朗所是世界上最好的研究所之一。在那儿有很多同事，有着不同的文化背景，谈吐文雅，让人感觉很温暖。总之在那儿我充满了友谊的体验。

I: 您在文化上感受过冲击，或是不适应吗？

L: 这我倒没觉得。我一直都是挺开放的一个人。当我还在明尼苏达念研究生的时候，一直都是和其他国家的学生打交道，包括一对香港来的夫妇。当然，文化是一个很深层次的东西。岁月流转，我发现自己身上中国印记很重，毕竟本性难移嘛。但在库朗所你丝毫感觉不到自己是一个外国人：你做了好的工作，人们就尊敬你。当你完成一项课题时，系里的同行都由衷地感到高兴并向你祝贺。总之那儿有着非常友好的氛围，不像其他的一些地方，在库朗所你完全不必费心思向同事证明自己很厉害。我也喜欢其他的一些地方，比如芝加哥。我非常喜欢芝加哥大学。那是一个典型的英式社交圈——人们很有绅士风度，待人如沐春风。那种感觉很棒。但芝加哥的气候不太好，我在那里的时候尤甚。我还是很喜欢那里，这也成为后来我和家人回到那里定居的原因。此外，我还在 Berkeley 做了半年的博士后，在 Princeton 度过了一个休假年，在高等研究所做了半年的博士后。

I: 从那以后您回到过中国吗？

L: 当然，回了很多次。我第一次回国是在 1989 年春夏之交，在美国生活了 8 年之后第一次，也是以后多次回国的开端和基础。周围的一切都变了，变得很不错。从那以后，我实际上每年都会回国，呆上一两个月；近几年甚至更长。

我一般夏天回国，给研究生上上课，还有就是找一找博士后和优秀的学生。最初，我们这些在美国当上教授的人没有想回国的，因为在美国生活很不错。很难说这么做是对还是不对，但我想，总体上来说，我对我们会以某种方式报效祖国这一点还是相当乐观的。尤其是在过去的十年中，中国发生了翻天覆地的变化，如果我再年轻 20 岁，说不定就已经回国了。毕竟在我毕业的 1985 年时，大环境很不一样。

I: 我们知道，您研究的领域涉及纯数学和应用数学，您一开始就对数学在物理上的应用感兴趣吗？

L: 高中以来我一直很喜欢物理，高考的时候，也是物理考得最好。但我从来没有对物理产生过像对数学一样严肃的兴趣，我总把自己当成一个数学家。我感兴趣的数学问题可能与自然现象和科学有关，也可能无关。但当我在库朗所呆了一些年头后，我的观点发生了变化。年轻的时候，只要是别人告诉的或者自己发现的问题，我就会跳将上去想要解决它。但年纪

渐长，就愈发意识到，这世上的问题实在是太多了，无穷无尽，而一个人的精力实在有限。你不可能解决所有的问题，因此，研究必须变得富有选择性。年龄越大，观点不断改变，你会花更多的时间来选择问题。对我来说，问题的种类很重要。无论何时，总是只有极少数的问题才是真正有趣的。当你翻看 50 年前别人的文章时，你不由感慨，“怎么这些文章研究的对象都这么怪异？”50 年后的人们看到我们今天的文章时，肯定也会有同样的感觉。这实际上告诉我们，今天我们认为有兴趣的问题在未来未必有价值。所以一个人应该选择那种不只是数学上有趣的，而且也与科学密切相关的问题来研究。科学在发展，并不只是想象力和创造力的舞台，而更多的是被现实的需求所驱动。

I: 那您是怎样选择自己研究的问题的呢？是通过文献还是与别人交谈接触到这些问题的？

L: 一个人会根据他的学养、背景以及兴趣还有和别人的交流来选择研究的对象——我花了相当多的时间来阅读 *Nature*, *Science* 等刊物上的非数学文章。知道什么东西相互关联是一件了不得的事情。当然对某些数学家来说，他也可以与世无争，完全醉心于自己感兴趣的问题。如你所知，科学正日新月异地发展，包罗万象，所以如果你不对整体的图景保持关注，便容易错过很多东西。

I: 库朗所主要侧重于应用数学，是这样吗？

L: 没错，我们的教员从事纯数学和应用数学研究的都有，可能应用的更强一点，但我们纯数学也相当不错。在芝加哥大学，我更多地被当做一名应用数学家，但到了库朗所，恐怕倒成了研究纯数学的了。

I: 有人说模拟物理现象时所引入的偏微分方程都基于一些简化的，理想化的假设，这种提法有根据吗？或者说这些方程真的能反映现实吗？

L: 我想首先从哲学的角度来回答这个问题。绝对的真理或真实并不存在，或者对我们来说并不重要。即便它存在，我们理解自然现象时也只能通过自己的观察和感知。所以当我们谈论真理和真实时，我们说的实际上是一种近似。如果我们掌握了绝对的真理或真实，那我们对问题的理解已经非常透彻，从而这些问题也就变得不再有意义。我们用偏微分方程和其他数学工具来建立模型。模型之所以为模型，当然包括一些简化和合理的假设。但在不同的模型之间，总是可以分得清优劣的。那区别在哪儿呢？首先，我们喜欢简单的模型，因为我们对简单的事物有着更好的理解。如果模型和实际问题一样复杂，那这个模型有什么用呢？好的模型总是能抓住要处理的问题中最本质的因素。对模型的另一个基本要求是要它们足够真实。在你要求的真实程度与客观需求之间存在一个平衡。你说得不错，偏微分方程总是采用简单的模型，好处在于大多数时候我们总能理解这些模型，同时我们也明白更一般的情形。

I: 您会认为建模与其说是一种科学，更应该算一门艺术吗？

L: 二者兼有之。你不能丢掉问题里那些基本的内容，从这个角度来说，它是科学。但至于

你怎么做，精巧、优美、天马行空等等，就到了艺术的层面，当然，它同时也与应用的技术、工具有关。

I: 您建模有什么秘诀吗？

L: 在建模方面，我其实并不擅长。我想就和做物理或是数学一样吧，潜意识里，人们总是使用一些最基本的原理。

I: 那哪一种问题最好解决呢？比如说给定初值的演化问题（比如抛物型或双曲型）或是椭圆型方程的边值问题？

L: 其实很难在不同种类的问题里做一个清晰的比较，然后下结论说某些相对容易，另外的比较难。叙述简洁的问题可能异常困难，而一个处理复杂方程组的问题也许相对简单。关键在于你想做什么：如果你只是想对问题有一个大概的了解，那么即便对象是非常复杂的系统，也可能比较轻松。但是一旦你想理解一个具体问题的非常细节化的，微妙的特质，可能就需深入挖掘问题的本质，这个问题也就非常难解。我认为问题的困难程度主要取决于你想得到怎样的结论，而不是问题本身的具体形态（静态的或演化的）。

I: 遇到的都是技术上的困难吗？

L: 有的问题可能只是技术上需要技巧，其他的则是难以下手。如果是这种情况，你必须针对问题有着相当原创且深入的见解。

I: 似乎有这么一种趋势，当解析的方法无法实现的时候，人们往往诉诸于数值方法。这已经成为应用数学的模式了吗？这种方法是否带来了新的突破呢？

L: 某种程度上，我的回答是肯定的。历史上，数值方法只是辅助的工具，只有当我们难以理解某些问题的时候，我们才去做数值计算，或者计算是为了验证一些东西。因此，数值计算是作为阐明某种想法的补充，以及用来检验其可行性的一种方法。但是随着科技的发展，尤其是在最近的 10 到 20 年里，情况有了很大改变。超级计算机模拟不仅仅是为了了解某些问题或者进行计算，求数值解，它已经成为了一门颇具雏形的学科。比如说，在早期，我们做了很多材料学的实验。然后根据物理上的直觉和理论，从实验中我们提出一些经验的模型。我们得到的方程里可能有些新的内容，于是我们就用各种实验数据来检验理论，改变和加入越来越多的参数。这是解决这类问题经典的方法。可现在看起来，在最初阶段似乎不必过多地纠缠理论，有人直接把各种参数输入计算机，同时进行数以百计的仿真实验。这样一来你得到大量的数据，而数据处理以及从中抽象出数学模型的工作也可以由计算机自发完成。采用计算机进行模拟已经成为一种必须。这两者并不必分得那么清楚。你可以先有一个绝妙的想法，然后用计算机检验，同样你也可以从数值模拟的实验中得到灵感。

I: 这么说仿真也会激发新的观点？

L: 没错。仿真在有助于我们理解问题的同时也会带来新的观点。计算机可以生成海量的数据，尔后，你需要理解这些数据是什么。你可以用统计的方法或是其他的方法，有了某个模型后又可以进一步验证，这个过程产生了许多新的数学分支。如今的许多研究方法很早以前就提出来了，只是在牛顿和莱布尼兹用微积分优雅、简洁地解决了理想条件下的问题后被人们淡忘了。

I: 可牛顿并不是靠着模拟而发明了微积分。

L: 数学在科学里处于特殊的地位。那些或多或少纯粹来源于想象和逻辑演绎的结果居然会和现实世界发生联系，这足够令人惊奇了。也许是因为想象本身便是现实世界一部分的缘故吧。

I: 在您的研究成果中，有没有过什么让您直觉上感到不可思议？

L: 不好说。有时候当你证明或是创造了一些东西的时候你觉得挺神奇，但经过若干年深入的思考和反刍，你意识到它是如此的自然。我觉得我做的很多东西其实是很自然的。在特定的阶段，会发生一些事情让人惊讶一阵子。比如说，在做一个看起来很复杂的问题时，人们往往做得很好。刚开始你会感到惊讶，但经过若干年仔细思考和琢磨后也会发现这只是再自然不过的一件事了。

I: 在关于偏微分方程的工作里，相比于技术上的细节，您是否更强调模型优美与否呢？

L: 个人来说，我对解决问题的方法和出发点更感兴趣的。有时一些技术上的计算无法避免，你也得有处理这种困难的能力。技术上的问题是实实在在的问题，但你有时对处理问题的方法更感兴趣，因为他们更美也更有价值。

I: 我相信不少物理学家认为美妙的理论一定是正确的，您怎么看？

L: 一定程度上是这样。如果某样东西很简洁，充满美感，你会说：“太妙了！”也许只需要最基本的数学就可以理解它。但是简明的事情也可能涉及非常深刻和复杂的数学。所以你无法预测。

I: 2 维的 Ginzburg-Landau 方程是否已经被完全解决？

L: 有很多关于 2 维或 3 维的 Ginzburg-Landau 方程的文献和专著。在某种意义上说，我们对这些方程和它们的解已有相当的了解。偏微分方程里看似有太多的方程要解，但好处是只有很少的几类才是非常基本且饶有趣味的。这些方程现在会，以后更会不断地出现。所以我不会说我们已经完全理解了 Ginzburg-Landau 方程，它取决于你提出怎样的问题，想要处理怎样的情况。比如说，人们关于 Laplace 方程的研究已经有两三百年的历史，我们实际上明白了它的方方面面，但说不定哪天又会有人告诉你最新的进展。Ginzburg-Landau 方程是模拟物理现象最为基本的方程之一，它是一个非线性的偏微分方程，而且我觉得它还会不断

出现。甚至 2 维情形的有些问题我们还知之甚少，所以我觉得很难说它已被完全解决了。

I: Navier-Stokes 方程异常难解，是因为在经典力学固有的框架里难以表述新的概念吗？

L: Navier-Stokes 方程是我所知的最具魅力的偏微分方程之一。我个人也花了一定时间思考，但说不上多，因为鲜有进展。我们意识到在对方程的理解上存在很多困难，却不知道该如何克服。在很多其他的数学问题里，当你真正明白了困难的所在，就多少有些头绪，运气好的时候就搞定了。但 Navier-Stokes 方程很不一样，从不同的角度和观点来看这些障碍，也许你会对它有所理解，但却不知道该如何克服它。这究竟纯粹是因为技术上的不成熟，还是问题的表述不够本质呢？我不得而知。如果有一天有人告诉我说“Navier-Stokes 方程只是一个更庞大的、可解的物理系统的一部分，即便我们连这个特殊的情形也闹不明白”，我一点儿也不会感到惊奇。如果是这样，问题就回到了原始表述的层面上，也许从最基本的地方就缺了点什么。另一方面，从数学的观点上来看，Navier-Stokes 方程已经是自洽的了。换句话说，它是一个封闭的系统，你不需要任何额外的来自外界的信息。但是，有时外部的信息可能会带来观念上根本性的转变。

I: Navier-Stokes 方程解的存在性是不是已经部分地被解决了呢？

L: 在所谓“弱条件”下解的存在性是清楚的，但我们想要的是一个经典意义上的解。人们也许会说，这对实际的应用并不重要，但它是一个很吸引人的问题，一个叙述简单的问题，而我们却不知道答案。它非常神秘。

I: 那为什么物理学家们并不关心解的存在性呢？

L: 对物理学家来说，物理系统的解一定存在，但他们说的未见得就是经典意义上的解。很难说我们是否该相信这一点，这也是困难的一部分。

I: Navier-Stokes 方程并不是量子力学的方程，而是一个经典力学的方程，是这样吗？

L: 是的，有很多方法可以推导出这个方程。不过从数学的角度看，用哪种方法导出它无关紧要。

I: Navier-Stokes 方程对所有的流体都适用吗？

L: 确实如此，虽然有可压缩的和不可压缩的，或是粘滞的和弹性的流体之分。在很多实际的物理问题中，可以导出类似的方程。

I: 您说的是推广了的或修正后的 Navier-Stokes 方程？

L: Navier-Stokes 方程存在很多修正的或是相当复杂的表述形式。但相比于经典的 Navier-Stokes 方程来说，修正的方程不太引人注目，因为原始方程里的那些困难都被人为地避免了。这不是发展一门数学理论的方法。

I: 您认为在未来 30 年里解出 Navier-Stokes 方程的可能性如何?

L: 这很难预测。我个人不喜欢做预测,但我还是要说,这个问题不会在相对短的时间内被解决,研究会持续很长一段时间。迄今为止,几代最优秀的科学家都曾在这个问题上下功夫,但都没能成功。

I: 似乎应用数学家较纯数学家而言,其研究方式更加群体化,更讲究合作。为什么是这样?

L: 你说得不错,我也认为应用数学家比纯数学家更加群体化一些,这并不奇怪。同时你也看到越来越多的纯数学家一起合作来解决问题。这很大程度上取决于问题本身。传统意义上的数学家都是一个人研究,但当问题变得更加复杂,并且跨多学科交叉,自然就需要一批人一起来攻克同一个问题。在应用数学,即把数学应用到自然科学的范畴里,问题自然是跨学科的。所以这并不奇怪,就应该是这样。

I: 那您对刚入学的对纯数学和应用数学都有兴趣的研究生有什么建议呢?

L: 如果因为你想在交叉学科有所发展,于是就试图对各个领域都有一些浅显的理解,这肯定是不行的。这正如你想比所有人都懂得多。没有理由你会比其他领域的专家做得更好,事实上他们做的比你要好得多。即便是在做跨学科的研究,你也必须在一两件事上有专长,或者是看问题的眼光,或者是分解问题的能力等等。此外,你还得有一颗敞开的心,学习新知识并对它们产生兴趣。就算你研究理论数学,也不应该一个人蛮干。某些方面我可能更偏向应用,但我真正关心的是理论数学和自然科学会有什么进展。如果有了以上的态度和专业素养,同时还有随时拓展自己视野和知识的心胸,你一定会取得成功。从事不同学科研究的人对事物往往有着不同角度的理解。这其实是一件非常有意思同时也让人高兴的事情,理智上来说,也令人满意。而事实上,人们往往还是可以发现很多事情之间都是有着交集的。

I: 您带学生吗?

L: 目前我在带的有 4 个学生,2 个大概明年就会毕业。已经有 10 到 11 个学生从我这里毕业了,还有一些博士后也在跟我做。

I: 您是否认为中国的学生更倾向于应用数学一些?

L: 我并不这么想。中国学生可能既不侧重理论,也不侧重应用。中国的教育总体来说还是有一些缺陷的,因为学生过早的把精神集中在某些狭小的问题上,大部分时间内都是如此。你不时会看到非常优秀的学生也犯同样的毛病。越早这样,能力也就越受到限制。如果不拓展你的视野和知识范围,你就会失去许多机会。久而久之,当看到一个问题时,你会说“这不在我研究的范围之内”。平常上课的时候就应该广泛涉猎,而不是说上一门课就仅仅是为了把它用到某个地方。当然,在解决问题时,你应当用你用上你想得到的任何工具。