

2019版普通高中数学（北师大版）教材的整体设计与主要特色

•王尚志 保继光 赵敏*

摘要：2019版普通高中数学（北师大版）教材按照函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动四条主线展开，确立了“主线—主题—单元—核心内容”的整体设计思路，并通过“问题提出”“分析理解”“实例分析”“抽象概括”等栏目将《普通高中数学课程标准（2017年版）》的要求落到实处，使核心素养与高中数学内容有机结合，成为发展学生核心素养的载体；整体把握数学，凸显数学内容主线，揭示数学本质；通过丰富的形式促进学生“会学数学”。

关键词：北师大版教材 高中数学新教材 教材特色 数学核心素养

2019版普通高中数学（北师大版）教材具有以下优势：修订组包括四位课标组成员，保证了核心素养在教材中的准确落实；大学教师深度介入，有利于教材抓住数学本质；一线高水平的教研员和教师保证了教材的适用性和科学性；常年的实践积累使得教材的数学建模特色异常鲜明。

一、教材的整体设计

根据《普通高中数学课程标准（2017年版）》（以下简称《课标》）对课程内容的要求，修订组进行了顶层设计，把“主线—主题—单元—核心内容”的结构要求落实在本套教材中。

* 王尚志，首都师范大学数学科学学院教授，普通高中数学课程标准研制组组长、修订组组长，北师大版高中《数学》教材主编；保继光，北京师范大学数学科学学院教授，普通高中数学课程标准修订组成员，教育部高考考试内容改革专家工作委员会委员，北师大版高中《数学》教材主编；赵敏，北京师范大学出版社编辑，北师大版高中《数学》教材核心作者。

（一）主线

《课标》明确给出了函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动四条主线，形成了高中课程的内容结构。我们按照下面的框图（图1）处理这四条主线及主线间的基本关系。

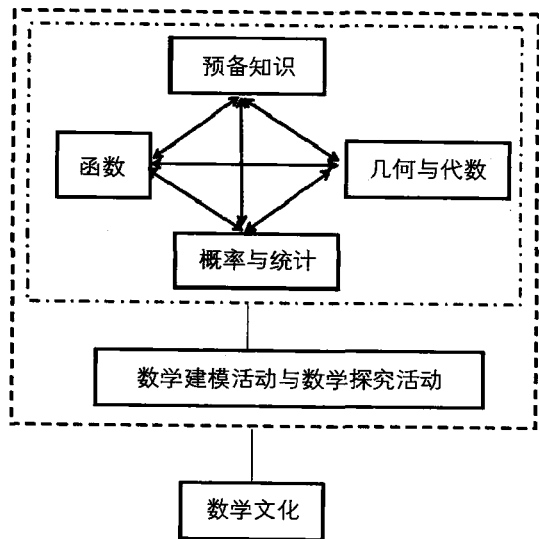


图1 主线及主线间的基本关系

（二）主线—主题—单元

在教材中，每条主线由多个主题组成，通过多个单元（章节）实现主线的目标要求。

1. 预备知识。主要包括如下目标要求：

（1）用集合语言刻画和描述研究对象以及对象之间的基本关系。（2）学会用逻辑语言建立概念、结论（定理）、应用之间的基本逻辑关系。（3）不断地提升用高观点理解和认识学过的数学内容的能力。（4）促进学生适应高中数学学习的节奏、方法、习惯。

2. 函数。整体把握函数的概念，逐步掌

握函数的性质，掌握一批函数类型，学会运用函数研究数学问题和解决实际问题，感悟和运用函数内容中蕴含的数学思想方法，促进学生数学学科核心素养的发展。

3. 几何与代数。掌握并整体认识一批基本几何图形及其性质，学会运用几类研究图形的基本方法（综合几何法、解析几何法、向量方法、简单的分析方法等），感悟图形的作用，促进学生数学学科核心素养的发展。

4. 概率与统计。通过准备知识、概率、统计三个主题来理解和认识概率与统计主线。其中，准备知识包括计数原理、二项式定理等核心内容；概率包括有限样本空间、随机事件、独立性与条件概率、随机变量等核心内容；统计包括统计的一些基本概念、“数据分析”全过程、几个基本问题等核心内容。

5. 数学建模活动与数学探究活动。数学建模活动强调每一个数学概念的背景，重要结果的直接应用，数学结果的综合应用，数学建模的基本过程；数学探究活动强调不同知识间的联系和问题解决。

各主线下的主题在教材中的落实可以从表1中章（节）的设置看出。

（三）栏目设计

本套教材通过“问题提出”“分析理解”“实例分析”“抽象概括”“思考交

表1 各主线下的主题在教材章(节)设置中的体现

主线	章(节)	
预备知识	必修 第一册 第一章 预备知识 集合/常用逻辑用语/不等式/一元二次函数与一元二次不等式	
函数	必修 第一册 第二章 函数; 第三章 指数运算与指数函数; 第四章 对数运算与对数函数; 第五章 函数应用 必修 第二册 第一章 三角函数; 第四章 三角恒等变换 选择性必修 第二册 第一章 数列; 第二章 导数及其应用	
几何与代数	必修 第二册 第二章 平面向量及其应用; 第五章 复数; 第六章 立体几何初步 选择性必修 第一册 第一章 直线与圆; 第二章 圆锥曲线; 第三章 空间向量与立体几何	
概率与统计	必修 第一册 第六章 统计; 第七章 概率 选择性必修 第一册 第五章 计数原理; 第六章 概率; 第七章 统计案例	
数学建模活动	数学建模活动的体现具有以下层次: 感悟数学应用 学习数学模型 学习数学建模 实践教学建模	必修 第一册 第八章 数学建模活动(一) 必修 第二册 第三章 数学建模活动(二) 选择性必修 第一册 第四章 数学建模活动(三)
数学探究活动	选择性必修 第一册 第三章 空间向量与立体几何 数学探究活动(一): 正方体截面探究 选择性必修 第二册 第二章 导数及其应用 数学探究活动(二): 探究函数性质	
数学文化	众多章节中的名人名言、阅读材料和拓展窗口等	

流”“本章小结”等栏目，促进学生数学学科核心素养的落实与提高。

问题提出：结合“抽象概括”中的各种数学关系，提出与讲授内容相关的数学问题。

分析理解：帮助学生对“问题提出”中的数学问题进行分析，并逐步理解所讲授的数学知识。

实例分析：为学生提供与讲授内容相关的、熟悉的、便于理解的实例，帮助学生尽快进入相关情境。

抽象概括：借助数学语言，将实例中蕴含的各种关系抽象为数量和数量关系、图形和图形关系。

思考交流：在“分析理解”的基础上，提出具有思考价值的问题，供学生在课堂进行交流，从而加深对所讲授的数学知识的理解。

本章小结：在每章末尾处设置“本章小结”，帮助学生对一章内容进行梳理、复习。其中的“知识结构”子栏目，帮助学生梳理已学知识之间的逻辑关系，养成总结、反思的学习习惯；“需要关注的问题”子栏目，列举值得学生关注的核心问题，以帮助学生对本章内容进行再梳理、再认识，抓住本章的关键内容。

其他栏目：根据各章节自身的需要，设

置了“阅读材料”“学习指导”“信息技术应用”“名人名言”和“数学文化拓展窗口”等栏目。

二、教材的主要特色

（一）使核心素养与高中数学内容有机结合，成为发展学生核心素养的载体

1. 将数学学科核心素养融入数学内容

以必修第二册的“三角函数概念”形成过程为例。“三角函数概念”形成过程凸显了数学抽象的作用，经过分析研究，我们认识到学生对重要数学概念的理解不能一步到位，于是把“三角函数概念”形成过程分为以下几个阶段（图2）。

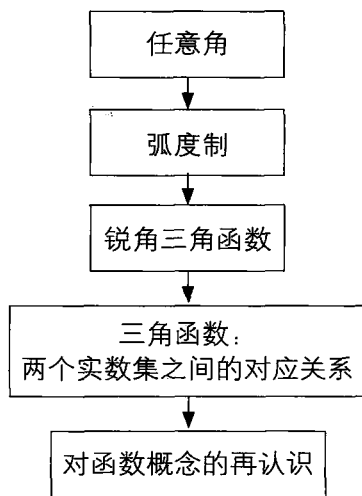


图2 “三角函数概念”的形成过程

首先，推广角的概念，建立弧度制，说明弧度制的本质是将角的度量与长度的度量统一起来。有了这些准备，学生就会很自然地用单位圆上点的坐标定义任意角的三角函

数,并以三角函数单位圆的定义为主,学习几种等价的不同定义方式。初中的锐角三角函数知识是学习一般三角函数的基础,主要反映的是直角三角形的边角关系,而用函数观点重新认识锐角三角函数,是抽象的第一步。教材在平面直角坐标系中,用单位圆上点的坐标重新表达了锐角三角函数的概念,体现了解析几何思想在抽象中的重要作用。

抽象的第二步,是建立任意角三角函数。

抽象的第三步,是感悟从以角度(大小)为自变量的三角函数关系,发展到反映从实数集到实数集的对应关系的三角函数关系,进一步体会弧度制的作用。

抽象的第四步,是让学生对函数概念形成完整的理解和认识,可以从三个方面理解函数的作用:从变量与变量之间关系的角度认识函数,从平面直角坐标系中图形的角度认识函数,从实数集到实数集的对应关系的角度认识函数。

本套教材重视数学概念、规则、命题、模型、方法、思想、结构、体系的形成过程,关注数学概念、规则发展的来龙去脉,展示命题、模型产生的背景,强调解决一类问题的通性通法和重要数学思想,帮助学生学会梳理知识、凝练数学结构、建立知识体系,把数学抽象素养融入上面的内容中,使学生能用这样的视角去认识、思考和描述

世界。

2.以章为“单元”,突出主要核心素养的落实

依照《课标》的要求,本套教材把每一章作为一个“单元”,每一章不仅包括丰富的数学内容、数学思想方法,还综合地体现了数学学科核心素养。在每一章的章前语中,不仅概述本章要解决的问题,需要学习的内容,还重点强调了本章所要凸显的主要核心素养,引导学生学习和教师教学,把数学内容、思想方法与核心素养有机结合起来。

下面以必修第二册第六章“立体几何初步”为例,介绍如何落实直观想象这一核心素养。在第六章“立体几何初步”中,教材以“长方体模型”贯穿整个立体几何的教学与学习过程,落实促进学生直观想象素养的发展。具体体现在以下几个层次:(1)在长方体中认识点、线、面及其位置关系。(2)借助长方体理解基本事实。(3)依托长方体形成数学探究问题,全面地认识立体几何的内容。

3.以发展的观点,促进学生数学学科核心素养的不断提升

以数学建模素养为例,教材凝聚我国开展“中学数学建模活动”近三十年的经验,使数学建模活动既与课程内容有机融合,又凸显数学建模活动的全过程,注重促进学生

的实践能力和应用能力的发展,整体设计数学应用,系统落实数学建模活动与数学探究活动的内容主线,由浅入深,操作性强。

从简单的数学应用到较完整的数学建模,需要不断地积累经验,这是一个渐进的过程。数学应用不仅是学习数学的一个目的,数学应用的实践还会使学生对数学有更深刻的理解,增强数学学习的兴趣。因此,数学应用和数学建模要渗透到整个学习过程中。基于这种认识,本套教材设计了“感悟

数学应用、学习数学模型、学习数学建模、实践数学建模”四个层次的内容,四个层次既是递进的,也是螺旋上升的关系。

(二) 整体把握数学, 凸显数学内容主线, 揭示数学本质

本套教材特别重视数学的整体性,突出“主线—主题—单元—核心内容”的基本脉络,揭示数学本质。图3所示的框架图全面展示了函数主线的核心内容。

揭示数学本质成为本套教材的一个重要

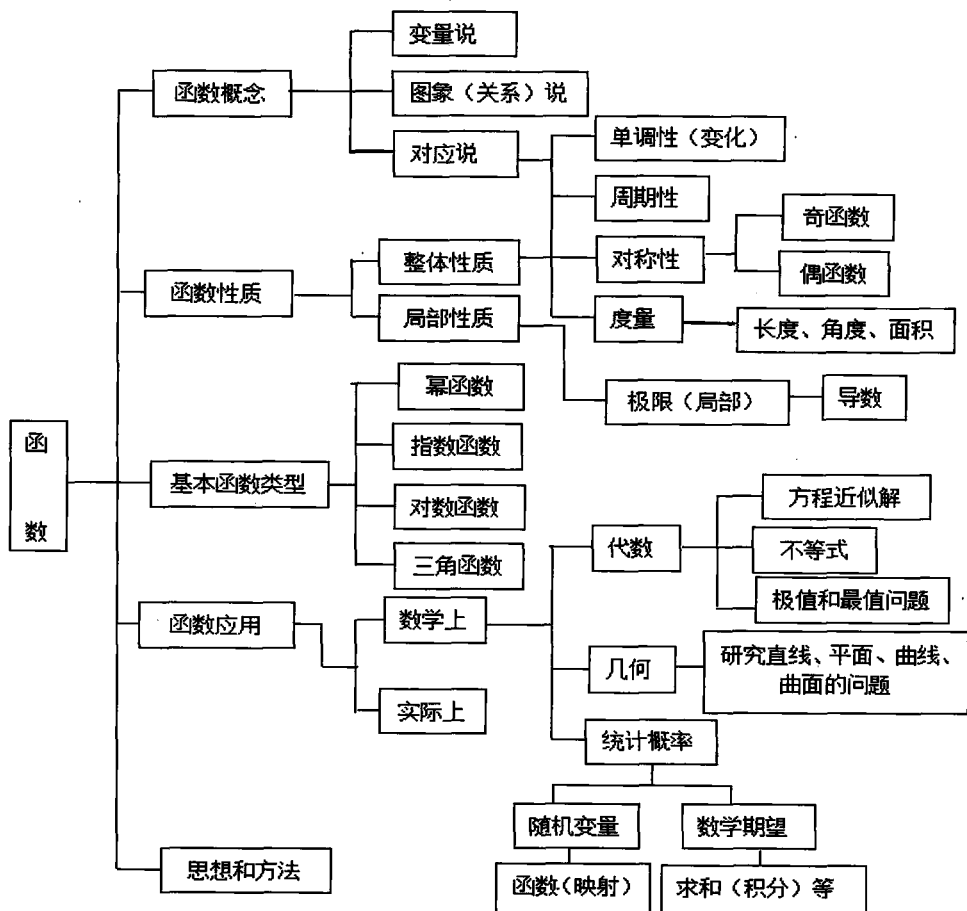


图3 函数主线

特色。例如，弧度的本质是用长度来度量角的大小， $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的核心是周期性和相位，诱导公式的本质是对称性，随机变量的本质是映射，二项式定理的构造性证明本质是确定展开式每一项的特征及其系数，等等。

（三）通过丰富的形式促进学生“会学数学”

《课标》中指出，“通过高中数学课程的学习，学生能提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心，养成良好的数学学习习惯，发展自主学习的能力；树立敢于质疑、善于思考、严谨求实的科学精神”。基于上述目标，教材充分关注了学生“会学数学”。我们认为，教材要担负引导学生学习数学的责任，使学生会学数学，培育学生敢于质疑、善于思考、严谨求实的科学精神。学生会学了，兴趣就会提高，自信心就会增强，也才能真正体现高中教育的“基础性”，奠定学生终身学习的基础。本套教材对学生“会学数学”能力的培养主要体现在以下几个方面。

1. 主编寄语。在教材开篇的“主编寄语”中，强调从“学会”到“会学”，突出“授人以鱼，不如授人以渔”和问题在数学中的重要性。

2. 学习指导。我们专门在必修第一册为学生写了两篇“学习指导”，一篇是《数学

文化》，另一篇是《利用信息技术学习数学》。“学习指导”直接引导学生学习时从具体学习对象中“跳”出来，感悟数学的价值并学会利用信息技术手段发现数学规律。

“学习指导”这种形式类似于教材编者写给学生的信，就专门的问题与学生交流思想，以引起学生的重视。

3. 知识结构图。每章的“本章小结”都有一个知识结构图。教材的知识结构图并不是知识点的简单汇集，而是体现知识之间的逻辑关系、先后顺序等，以便更好地帮助学生形成总结、反思的习惯。

4. 提出需要关注的问题。每章的“本章小结”部分还设置了一个子栏目——“需要关注的问题”，问题的个数一般在5个左右。通过这些问题，让学生在回顾已学知识的基础上再次认识本章的内容，抓住本章学习的关键。

5. 有层次地展开数学探究。主要包括以下几个方面：

(1) 在所有章节普遍设置了以探究为特征的“思考交流”栏目。例如，在学习基本不等式时，“思考交流”的内容是“借助一个图形自己去发现其中的不等式”，引导学生关注代数结论的几何解释，不仅借助直观理解代数结论，记忆代数结论，建立知识之间的联系，还创造性地借助直观从几何图形中去发现代数结论。这个过程也给学生提供

了一种探究的思路和方法。

(2) 在知识内容中渗透探究的方法。

教材不仅要数学结论给予适当的论证，还要展示探究、发现数学结论的思维过程，为学生学习探究方法提供资源。考虑到学生刚刚进入高中不久就学习指数函数存在一定难度，教材没有局限于告知指数函数的图象与性质，还重点示范了研究函数的图象和性质的思维过程，采取递进的方式分三步进行：先研究 $y=2^x$ 和 $y=3^x$ ，再研究 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 和 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ ，最后研究 $y=2^x$ 和 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 。这样一对一对地从特殊底数出发，进而抽象出一般指数函数的图象和性质。

在编写“函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的性质与图象”时，也是以探究过程展开，索性直接将“探究”二字写进了小节的标题：“6.1 探究 ω 对 $y=\sin\omega x$ 的图象的影响”“6.2 探究 φ 对 $y=\sin(x+\varphi)$ 的图象的影响”和“6.3 探究 A 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象的影响”。如果只分析一个 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的具体例子，也能说明这个函数的图象和性质，但我们没有这样做，而是绕了一个弯子，这个弯子是有价值的，使学生获得了知识以外的探究方法，方法比知识更重要！

(3) 设置数学探究课。按照《课标》要求，本套教材为数学探究设置了专门的内容，在选择性必修一册和第二册分别从几何和代数两方面各安排了一次数学探究活

动。如：“空间向量与立体几何”一章的最后一节是“数学探究活动（一）：正方体截面探究”。学生的探究方法灵活多样（如：用纸笔画图、用刀切实物模型；往密闭的、透明的立方体盒子里分别注入适量的水，转动盒子、观察水面的形状），探究过程生动活泼，趣味横生。“导数及其应用”一章的最后一节是“数学探究活动（二）：探究函数性质”，研究抽象函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ 的性质和图象。两个探究活动都嵌在了某一章的最后，这就使探究成为一种新的结束，不仅显示出探究是有生长点的，还引导学生带着问题结束了阶段性学习。

6. 信息技术的应用。本套教材充分考虑到信息社会对公民的要求和信息技术对数学学习的影响，把信息技术与数学学习融合在一起。如为了让学生增加软件知识，会用软件工具，教材专门介绍了数学软件GeoGebra等。通过设置“信息技术应用”栏目，使学生体验信息技术，感悟利用信息技术学习数学的优势，丰富研究问题的方法。在正文的拓展窗口设计“信息技术建议”，根据具体知识的学习的需要，适时给出使用信息技术的建议，让信息技术的使用落到实处。◆

（责任编辑 刘青松）