

“潜伏” 在日常生活中的 7 个方程式

(科技日报, 2012 年 03 月 18 日)



闹钟响了，你睁开双眼看了一下，时间是早上 6:30。尽管你还没有起床，但是，至少有 6 个数学方程式已经影响了你的生活。如果没有量子力学领域的一个关键方程式薛定谔方程，那么，将时间存在闹钟里的记忆芯片不可能被设计出来；若非麦克斯韦的 4 个电磁学方程式，设置闹钟时间的无线电信号或许还只是我们的梦想；而且，该无线电信号本身的传播也遵循众所周知的波动方程。

宇宙间存在着数千个重要的方程式，它们对人类世界和宇宙万物产生了重大的影响，英国《新科学家》杂志网站近日为我们列出了其中比较重要的 7 个：波动方程、麦克斯韦方程组——麦克斯韦在 19 世纪建立的一组描述电场、磁场与电荷密度、电流密度之间关系的偏微分方程(它由四个方程组成：描述电荷如何产生电场的高斯定律、论述磁单极子不存在的高斯磁定律、描述电流和时变电场怎样产生磁场的麦克斯韦—安培定律以及描述时变磁场如何产生电场的法拉第感应定律)、傅里叶变换和薛定谔方程，同时也借此阐述了经验观察是如何产生这 7 个已经与我们的科学和日常生活息息相关、密不可分的方程式的。

人类漂浮在方程的海洋中

人类漂浮在一个隐藏着方程式的海洋中。交通、金融系统、健康、犯罪预防和探测、通讯、食品、水、供热和照明等各个领域能有条不紊地运行，“潜伏”于其中的方程式功不可没。当我们淋浴时，控制水供应的方程式让我们受益。我们早餐时享受的美味麦片粥也源于在统计方程式的帮助下培育而成的农作物。当我们驾车上路，汽车的空气动力学设计同描述空气在汽车上方和周围如何流动的纳维尔—斯托克斯方程有关。打开汽车的卫星导航让我们再次与量子物理学相遇，

而且同牛顿的运动力学以及万有引力定律都产生了联系，后两者帮助开启地理定位卫星并设置其运行轨道。汽车也使用随机数字生成方程式来记录信号发送的时间；用三角方程来计算位置；用狭义和广义相对论来精确追踪卫星在地球引力下的运动轨迹。

如果没有方程式，人类现有的大部分技术可能都无法被发明出来。当然，诸如火和车轮等发明不需要任何数学知识。然而，没有方程式，人类可能仍然生活在中世纪。

方程式的作用不仅仅限于技术领域。如果没有方程式，我们将不能理解统辖潮汐、冲刷海滩的浪涛、不断变化的天气、行星的运行、恒星的核反应堆、星系旋转等的物理学原理；不可能理解到宇宙之广袤以及我们在其中的位置。

让小提琴奏出美妙音符的波动方程

首先是波动方程。我们生活在一个遍布波的世界里。我们的耳朵探测到空气中的压缩波并将其视为声音；我们的眼睛所见到的是光波；当地震发生时，破坏由穿越地球的地震波所造成。

数学家们几乎很难不想到波，但是，他们受到的启发来自于艺术：小提琴的琴弦是如何发出如此美妙的声音的？这个问题的答案要追溯到古希腊的毕达哥拉斯学派，他们发现，如果两根同样类型和同样张力的弦的长度为简单比，诸如 2 : 1 或 3 : 2，它们就会产生一起发声时听起来极其和谐的音符。如果比率较为复杂，那么，产生的音符则不和谐，听起来也不悦耳。首先弄懂这一奇怪现象的是瑞士数学家约翰·伯努利。

1727 年，伯努利在一篇论文中研究了弦振动的问题——考虑了一根无重量的弹性弦，在弦上等间隔地放置 n 个等质量的质点。他用牛顿定律写下了这个系统的运动方程式，并解出了这些方程式。从这些方程式的解中，他发现，弦振动最简单的形式就是一条正弦曲线。也还有其他的振动模式，比如一条以上的波刚好合入这条正弦曲线，这就是音乐家们所说的和声。

大约 20 年后，法国著名的物理学家、数学家和天文学家让·勒朗·达朗贝尔进行了一个类似的过程，但他关注的是简化运动方程式而非方程式的解。结果，他得到了一个描述弦的形状如何随时间而改变的优美的方程式，这就是波动方程。波动方程表明，弦的任何一小段运动的加速度与其所受到的拉力成正比。这意味着，如果波的频率不成简单的比率，那么就会产生令人不悦的嗡嗡噪音，我们现在将其称为“拍子”。这是为什么简单的数学比率会产生和谐音符的原因之一。1763 年，达朗贝尔进一步讨论了不均匀弦的振动，提出了广义的波动方程。

将波动方程进行修改可以处理更复杂、混乱的现象，比如地震。精密复杂的波动方程让地震学家们能探测到我们脚下几百英里处正在发生的情况。他们能将地

球的构造板块描绘成一块滑入另一块之下，由此造成了地震和火山。该领域最伟大的成就将是科学家们最终得到一种可靠地预测地震和火山喷发的方法，科学家们目前正在研究的诸多方法也都基于波动方程。



麦克斯韦方程组：无线电时代的幕后推手

但波动方程最深远的影响是麦克斯韦电磁方程式。1820年，大多数家庭的照明工具还是蜡烛和灯笼。如果人们要发送信息，就得写信，然后利用四轮马车送到收信人那儿。如果是加急信件的话，就只能骑马了。100年后，家中和街道上都能看见电灯的“倩影”，电报的出现意味着信息可以跨越大洲进行传递，人们甚至开始通过电话相互交谈。无线电通讯也在实验室获得了证明，有一家企业甚至开设了一个工厂，向公众出售“无线电”。

这场社会和技术革命的幕后推手是两位科学家的天才发现。1830年左右，英国物理学家、化学家迈克尔·法拉第创立了电磁学的基础物理理论。30年后，英国物理学家、数学家詹姆斯·克拉克·麦克斯韦开始尝试为法拉第的实验和理论建立数学公式。

当时，绝大多数研究电、磁的物理学家都在寻找与万有引力类似的东西，他们认为它是一种在间隔一定距离的物体之间产生作用的力。然而，法拉第持有不同的观点，法拉第假设，电和磁这两种现象都是遍布在整个空间的场，这些场随时间而变化并能通过它们产生的力探测到。因此，他用充满力线的场来代替牛顿的真空，用力在场中以波的形式和有限的速度代替牛顿的超距作用。

1820年，丹麦科学家奥斯特发现电流能使其周围的磁针发生偏转。这给法拉第两个启示：第一，通电导线对磁铁有影响，反过来，磁铁当然也应该对通电导线有影响，法拉第也通过实验证实了这一点。第二，在奥斯特实验中，通电流的导

线所以能使磁针偏转，是因为电流产生了磁，既然电流能产生磁，那么反过来，磁当然也应该能产生电流。这正是法拉第想要实现的，这也是电磁感应的思想起源。

1822年，法拉第在日记中写下了一个崭新的研究题目：“把磁转变成电”。法拉第认识到：磁铁可以使铁块感应带磁，静电可以使导体感应带电，电流能产生磁，那么，磁也必然应该能产生电。

1824年到1828年，法拉第做了四次实验，全都失败了，但他没有轻易认输，并最终于1831年取得了成功。在实验中，法拉第注意到，由磁产生电的必要条件是相对运动，他把这样产生的电流叫做感应电流，人们也把法拉第由此总结出来的变化的磁场产生电流的规律，称为法拉第电磁感应定律。

电磁感应定律是发电机问世的基础。1831年年底，法拉第根据电磁感应定律创造性地发明了变压器和发电机。虽然这些只是实验室的产物，还需要进行诸多完善，但这预告了电能够大规模地产生并输送到遥远的地方。电将从实验室走向工厂、矿山、农村，走进千家万户。法拉第的电磁感应定律为人类打开了电能宝库。从此，人类迅速进入电气时代。

法拉第的研究对麦克斯韦产生了巨大的影响。麦克斯韦从剑桥大学毕业后，最初研究光的色彩理论，不久他读到法拉第的电磁实验研究。法拉第用场代替牛顿的真空，用力在场中以波的形式和有限的速度代替牛顿的超距作用，这些不同凡响的大胆见解唤起了麦克斯韦的想象力，引起了他的共鸣。然而，麦克斯韦也看到，法拉第的表述方法不够严格，有漏洞，他可以在此大显身手，施展自己的数学才能。

麦克斯韦通过模拟流体流动的数学原理为这些想法重新建立了公式。他认为力线(磁力线、电力线)类似于流体分子的运动轨迹，电场或磁场的强度则类似于流体的运动速度。到1864年时，麦克斯韦已经为电场和磁场之间基本的相互关系写出了4个方程式。其中的两个方程式告诉我们，电和磁是不会泄露的；另两个方程式则告诉我们，当一个电场区以小圈形式旋转时，它就会产生一个磁场，而一个旋转的磁场区也会产生电场。

但好戏还在后头，麦克斯韦接下来的表现才真正让世人惊叹不已。1865年，麦克斯韦发表了第三篇论文《电磁场的动力理论》。他不再用他过去提出的以太模型，而是通过数学解析方法，总结了以他名字命名的电磁场基本方程，这就是现在为世人所知的麦克斯韦方程组。

通过对这些方程式进行一些简单的处理，他成功推演出了波动方程并预言了电磁波的存在，建立了光的电磁理论。由于算出电磁波在真空中的传播速度与光在真空中的传播速度相同，麦克斯韦断言，光就是频率在某一范围的电磁波。这本身就是一个激动人心的大新闻，因为以前从未有人想过光、电和磁之间存在着如

此重要的关联.

不仅如此, 麦克斯韦还指出, 根据波长的不同, 光有不同的颜色, 受到眼睛的感光材料的化学性质所限, 我们只能看到部分波长的光. 从理论上而言, 所有波长的电磁波都应当存在, 而一些波长超过我们眼睛视域的电磁波将改变世界: 这就是无线电波.

1887 年, 电磁波之父、德国物理学家海因里希·鲁道夫·赫兹通过实验证明了无线电波的存在, 但他却没有正确认识到其最具革命性的用途: 如果在这样的波上加上信号, 那么, 你就能与世界对话了. 但随后, 克罗地亚发明家、物理学家尼古拉·特拉斯和意大利发明家、诺贝尔物理奖得主、无线电和电报的发明人伽利尔摩·马可尼(他和俄国物理学家亚历山大·斯塔帕诺维奇·波波夫分别实现了无线电的长距离传播)以及其他人的努力让这一梦想照进了现实, 接下来, 现代通讯的全套装备——从无线电、电视到雷达以及手机使用的微波通讯等都自然而然地来到了人们面前, 使人类的生活达到了空前的丰富多彩.

所有这一切的原动力都是麦克斯韦的 4 个方程式和一些简单的计算, 麦克斯韦方程组因此也被列入“改变世界面貌的 10 个公式”之一. 其实, 它们不仅改变了世界, 它们也打开了一个全新的世界.



薛定谔方程有望让量子计算机成为现实

不过, 与麦克斯韦的方程组所描述的原理同样重要的是这些方程组没有描述到的情况. 尽管这些方程组揭示了光是一种波, 但是, 物理学家们很快就发现, 光的行为有时候也与这种观点“闹别扭”. 比如, 当光照射在金属上时, 它会产生电, 这种现象名叫光电效应, 这时候的光就像粒子一样.

那么，光是波还是粒子呢？实际上，很奇妙的是，两者都是，因为光具有波粒二象性。在经典力学中，研究对象总是被明确区分为波和粒子两类。前者的典型例子是光，后者则组成了我们常说的“物质”。1905年，爱因斯坦提出了光电效应的光量子解释，人们开始意识到光波同时具有波和粒子的双重性质。实际上，一束紧密结合的波的行为同粒子毫无二致。1924年，法国著名理论物理学家路易·维克多·德布罗意提出了“物质波”假说，认为和光一样，一切物质都具有波粒二象性，德布罗意因此也成为波动力学的创始人、物质波理论的创立者、量子力学的奠基人之一。

波粒二象性是指某物质同时具备波的特质及粒子的特质，波粒二象性是量子力学中的一个重要概念。量子力学是描述原子、电子等微观粒子的理论，它所揭示的微观规律与日常生活中看到的宏观规律很不一样。

1927年，奥地利物理学家埃尔温·薛定谔写下了一个量子波方程，这就是著名的薛定谔方程，它反映了微观粒子的状态随时间变化的规律。薛定谔方程是量子力学最基本的方程，亦是量子力学的一个基本假定，它和实验完美契合，然而，却描绘了一个非常奇怪的世界。在这个世界中，像电子这样的基本粒子并非确定的对象，而是概率云，处于所谓“叠加态”的微观粒子之状态是不确定的，比如，一个电子的旋转就像一枚硬币——在它落到桌上之前面朝上和朝下的概率各占一半。

很快，理论学家们开始担心，世界上会出现很多这样的量子诡异事件，比如，封闭的盒子中既活着又死去的猫(薛定谔的猫)等等。

当然，量子力学并非仅限于这样的哲学谜题。几乎所有的现代发明：计算机、手机、游戏机、汽车、冰箱、烤箱等，都配备有基于晶体管的存储芯片，而晶体管的运行所倚靠的就是半导体的量子力学。工程师和物理学家们也正想办法研制出量子计算机，它能够并行(就像薛定谔的猫同时处于死去和活着状态一样)执行许多不同的计算。

量子力学几乎每周都会找到新的应用领域。量子点这种极其微小的半导体块可以产生多种颜色的光，光的颜色取决于量子点的尺寸。研究人员已经制造出可以产生超过12种颜色荧光的量子点，而且理论上讲可以产生出更多的颜色。1995年，两个研究小组首次将量子点作为生物荧光标记，并且应用于活细胞体系，解决了如何将量子点溶于水溶液以及量子点如何通过表面的活性基团与生物大分子偶联的问题，由此掀起了量子点的研究热潮。现在，量子点被用于生物成像领域，让人类告别了传统的、常常有毒的染料。

激光是量子力学的又一应用领域。我们使用激光读取CD、DVD和蓝光光碟上的信息；天文学家们用激光测量地球与月球之间的距离；人类甚至有可能用强大的激光束从地球上发射航天器。

傅里叶变换可用于设计防震建筑

这个故事的终结篇是一个能帮我们理解波的方程式，那就是傅里叶变换。1807年，法国数学家让·巴蒂斯特·约瑟夫·傅里叶设计出了一个热传导方程。他向法国科学院提交了一篇与该方程有关的论文，不幸的是，该论文被退回来。1812年，法国科学院将热作为其年度奖的主题，傅里叶又提交了一篇经过修改的更长的论文，这次，他如愿以偿，赢得了该奖。

然而，傅里叶获奖论文中最令人感兴趣部分并非方程本身，而是他如何解方程的方法。该方程的根本问题是，在给定初始温度下，弄清楚一根细棒上的温度随时间的变化而如何变化。如果温度像正弦波一样变化，傅里叶可以非常轻松地解出这个方程。因此，他提出了一种更复杂的情况，让正弦曲线与不同的波长相结合，他也解出了每个正弦曲线分量方程的解并将这些解叠加在一起。傅里叶表示，这一方法适用于任何情况，即便温度值突然升高的情况下也可以适用。

另外，在求解热传导方程时，傅里叶发现解函数可以由三角函数构成的级数形式表示，从而，他提出，任一函数都可以展成三角函数的无穷级数。

即便如此，傅里叶的新论文还是因为不够缜密而饱受批评；法国科学院也再次拒绝发表。1822年，傅里叶无视反对，将自己的理论出版成书。两年后，他被任命为法国科学院秘书，他对批评嗤之以鼻，将自己的原始论文发表在科学院的期刊上。

不过，批评确实有一定的道理。数学家们开始意识到无穷级数是危险的“洪水猛兽”，它们并不像友善的有限和。科学家们最终证明，解决这些问题相当困难，但最终结果是，傅里叶将那些非常不规律的情况排除，使其想法变得更加严密，所得到的结果就是傅里叶变换，该方程式将随时间变化的信号当做一系列正弦曲线的分量之和来处理，并借此计算出这些信号的振幅和频率。

今天，傅里叶变换在很多方面对我们的生活产生着重大的影响。例如，我们可以用它来分析地震产生的震动信号并计算出在何种频率下震动的地面传导的能量最大。设计防震建筑的一个必要步骤就是确保建筑的优先频率不同于地震的震动频率。

其他应用包括从旧录音中移除噪音；使用 X 光图像发现 DNA(脱氧核糖核酸)的结构；改善无线电接收效果；预防车辆产生不必要的震动等等。还有一项应用是大多数人在每次拍摄数码相片时都会不经意用到的，那就是将拍摄到的数字图像进行压缩处理并存储在数码相机的内存条内。

只需要计算一下数字图像中的颜色和亮度需要多少信息才能完整地表示出来，我们会发现，数码相机往存储卡里填塞的数据似乎是存储卡自身容量的 10 倍左右。不过，数码相机找到了办法，那就是使用 JPEG(联合图像专家小组)数据压缩来做到这一点。JPEG 是一种针对相片影像而广泛使用的失真压缩标准方法，

这种压缩方式拥有 5 个不同的压缩步骤. 其中之一就是数字版的傅里叶变换, 该变换对一个不随时间而随着其在图像中位置而变化的信号进行处理. 从根本上来说, 这一方法与傅里叶变换的数学原理一模一样. 另外的 4 步则进一步将数据缩减至原始数据量的十分之一左右.

上述方程式只是我们每天都会碰到但却意识不到其存在的许多方程式中的 7 个. 但方程式对历史的影响更加深远, 一个真正具有革命性的方程式对人类产生的影响是巨大的.

还有(可能会有)一个最重要的方程式就是所有物理学家们和天文学家们都在殚精竭虑、孜孜以求地那个: 将量子力学和相对论统一起来的万物之理. 万物之理最为科学家们所知的其中一个候选者是超弦理论. 但我们都知道, 我们的物理学方程式可能仅仅只是一些过度简化的模型, 无法捕捉到现实的深层结构. 即使自然遵循一定的普遍规律, 这些普遍规律可能也无法由方程式完全表达出来.

有科学家认为, 现在, 我们应该将传统的方程式一并打包摒弃并支持算法, 算法能让我们更好地进行计算并做出决定. 但是, 在此之前, 即使我们对自然法则最伟大的洞见都仍然需要继续用方程式来表达, 因此, 我们应该学会理解并欣赏它们. 方程式记录着历史的巨变, 它们确实已经改变了世界, 并且也将再次改变世界. (记者 刘霞)