



学为人师
行为世范

北京师范大学校训



偏微分方程

保继光

□ 信心：985学生占同龄人的0.937% （不计北师大数学的实力）

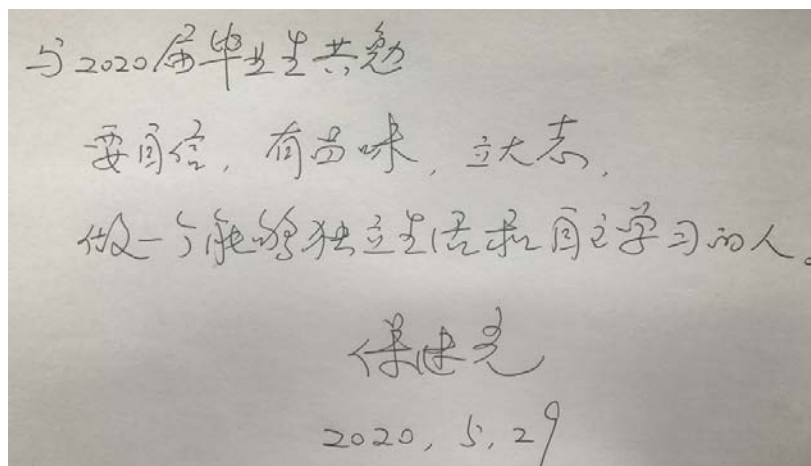


- ◎ 拥有数学全国首批一级学科国家重点学科
- ◎ 数学一级学科博士学位授予权单位
- ◎ 拥有数学博士后科研流动站
- ◎ 概率论方向为全国首个数学学科国家自然科学基金创新群体
- ◎ 数学国家理科基础科学研究和教学人才培养基地
- ◎ 数学学科在教育部最新一轮（2012年）一级学科评估中列全国高校前五位
- ◎ 2017 US News 世界大学数学专业排名，我校数学学科位列排行榜第30位，内地高校中排名第3位
- ◎ 《基本科学指标》数据库（Essential Science Indicators, ESI）进行新一轮的数据更新，我院数学学科 ESI 在世界排名第85位，内地高校中排名第5位

咨询电话 010-58807760 网址 <http://math.bnu.edu.cn>

➤ 名言：我们有很多问题，但比别人强得多。

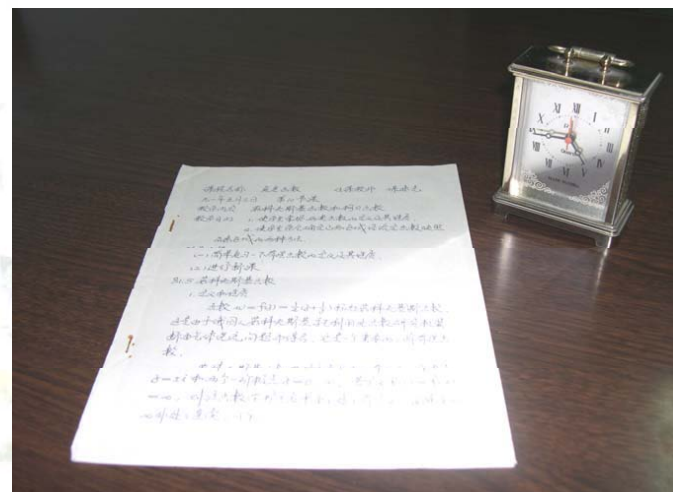
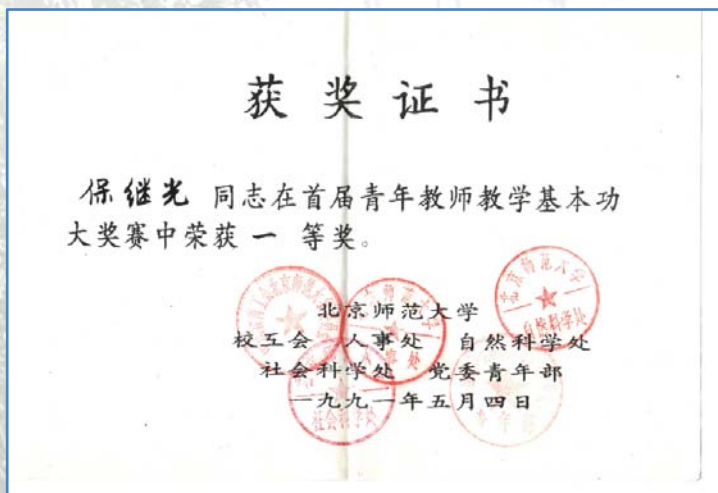
□ 疫情：



➤ 名言：任何事情都不是不努力学习的理由。

□ 教育理念

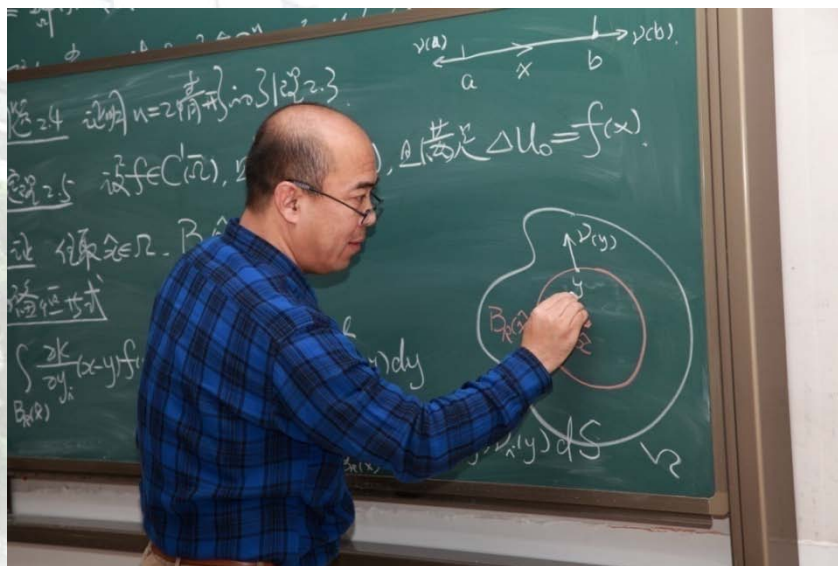
在当今高等教育大众化的背景下，致力于将数学文化、数学建模和数学素养融入教学过程，不仅体现科学研究的思想，介绍偏微分方程专业的知识，也力求将人才培养与科学研究、科学普及有机地结合起来，消除人们对偏微分方程那种枯燥、抽象、不实用的印象。



□ 人生理想：让所有人不恨数学！

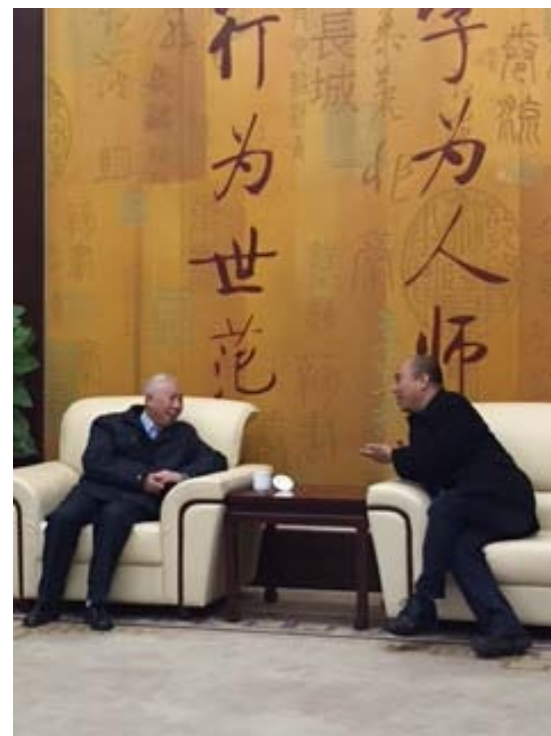
□ 主要内容

- 图文并茂地讲述偏微分方程的基本概念、发展历史、模型建立、研究方法；
- 介绍二阶和一阶方程定解问题的适定性（存在、唯一、稳定）和求解方法，其内容共由五章组成，包括位势方程、热传导方程、波动方程、二阶线性方程的化简与分类、一阶方程。



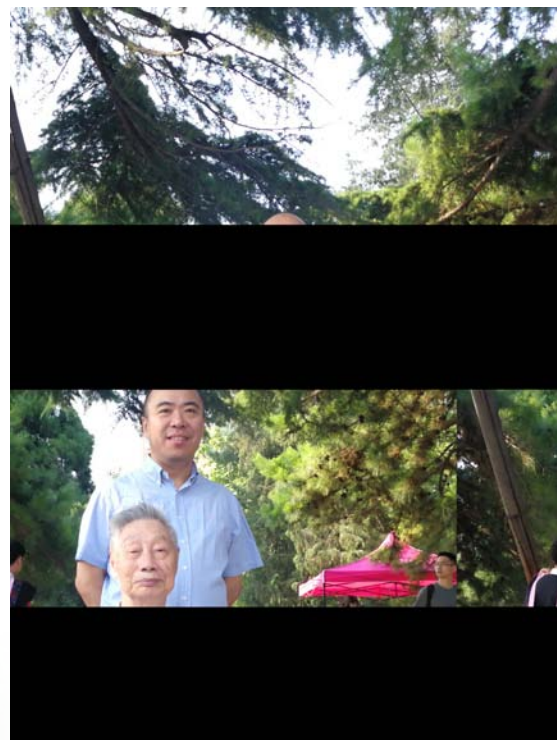
□ 教学计划：教育理论与中国实际相结合

- 最低/考试要求（下要保底）：
 - 只讲偏微分方程理论中最基本的内容；
 - 选材首先考虑是有“意思”，然后是有“意义”，避免过分的强调“理论意义”使读者失去兴趣；
 - 给出了n元微积分的预备知识、基本习题的完整答案，降低了初学者的学习难度.



□ 教学计划：教育理论与中国实际相结合

- 额外要求（上不封顶）：
 - 各章后面提供了拓展习题和阅读材料，附注及其中外著名的参考文献，为学有余力的学生预留了进一步深入学习的空间；
 - 设立课外偏微分方程学习小组，或参加研究生讨论班，撰写论文.



□ **教材：**保继光、李海刚，偏微分方程基础，高等教育出版社，2018

□ **作业：**每周一上午10:00上课以前交作业

□ **课后答疑：**

➤ **助教：**冯巧丽、黄程程

➤ **时间：**每周四晚上7:00-9:00

➤ **QQ群：**1081622267

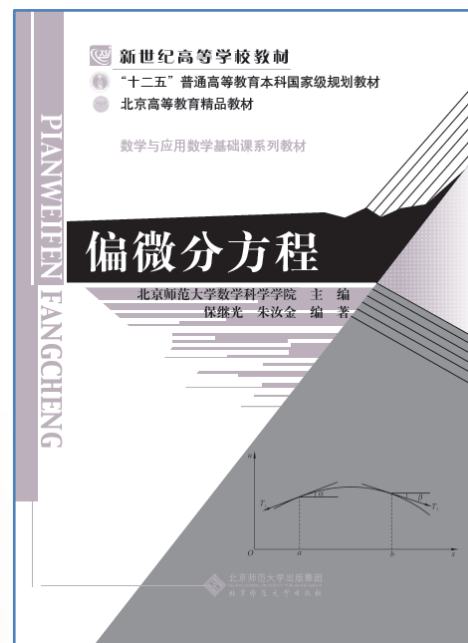
□ **选课人数：**90人

□ **上课次数：**34次（国庆、中秋放假3次）



□ 参考书

- 保继光、朱汝金, 偏微分方程, 北京师范大学出版社, 2014
- 郇中丹, 黄海洋, 偏微分方程 (第2版), 高等教育出版社, 2013
- 姜礼尚、陈亚浙、刘西垣、易法槐, 数学物理方程讲义 (第3版), 高等教育出版社, 2012
- 谷超豪、李大潜、陈恕行、郑宋穆、谭永基, 数学物理方程 (第3版), 高等教育出版社, 2012



□ 提供材料

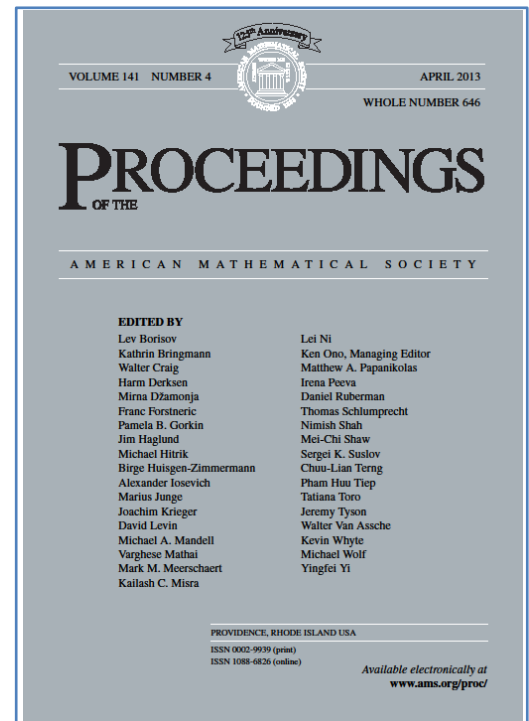
- 教学的PPT
- 基本习题的解答
- 往年的考试试题（填空、简答、计算、证明）

□ 成绩评定

- 满分100：考试60%；作业30%；平时10%
- （平时：做选做题；探讨问题；写小论文）

□ 学习方法：

- 跟着教师的思路走，做好课堂笔记
- 根据笔记，进行复习工作，独立完成作业
- 深入思考问题，听取学术报告，撰写科研论文



上次的考题

2

北京师范大学 2019 ~ 2020 学年第一学期期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 偏微分方程 任课老师姓名: 保继光

卷面总分: 100 分 考试时长: 120 分钟 考试类别: 闭卷 开卷 其他

院 (系): _____ 专业: _____ 年级: _____

姓名: _____ 学号: _____

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
|----|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | |

阅卷老师 (签字): _____

一. 填空题(16分):

经过近300年的发展, 偏微分方程紧密联系 (1)、(2) 等方面的需要, 对一阶方程和二阶线性方程的适定性(即解的 (3)、(4) 和 (5)) 已经有了系统的了解, 形成了广泛使用的有效方法, 比如 (6)、(7) 和 (8) 等.

二. 简答题(18分):

1. 写出下列热传导方程Cauchy问题的线性叠加原理:

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t), & -\infty < x < +\infty, t > 0, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & -\infty < x < +\infty. \end{cases}$$

2. 对Cauchy问题

$$\begin{cases} u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0, & -\infty < x < +\infty, y > 0, \\ u(x, 0) = \sin x, u_y(x, 0) = 0, & -\infty < x < +\infty \end{cases}$$

关于 x 进行Fourier变换, 写出得到的常微分方程初值问题.

3. 设 u 是弦振动方程初边值问题

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = x^2(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

的解, 求

$$\int_0^1 (u_x^2(x, t) + u_t^2(x, t)) dx.$$

三. 计算题(54分):

1. 求解一阶线性偏微分方程Cauchy问题

$$\begin{cases} xu_x - yu_y = u, \\ u(s, 3s) = 1 + s^2, s > 0. \end{cases}$$

2. 化简二阶线性偏微分方程

$$u_{xx} - 2\sin x u_{xy} - \cos^2 x u_{yy} + u_x + (1 - \sin x - \cos x)u_y = 0,$$

并求出它的通解.

3. 求解Laplace方程Dirichlet问题

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ u(x, 0) = \varphi(x), u(x, 1) = 0, & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0, y) = u(1, y) = 0, & 0 \leq y \leq 1, \end{cases}$$

其中 $\varphi(x)$ 是已知函数.

四. 证明题(12分):

1. 设 u 是弦振动方程Cauchy问题

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & -\infty < x < +\infty, t > 0, \\ u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x), & -\infty < x < +\infty \end{cases}$$

的解, 其中 a 是一个正常数, $\varphi(x)$ 和 $\psi(x)$ 是光滑函数, 且当 $|x| \geq M$ 时, $\varphi(x) = \psi(x) = 0$.

证明: 当 $|x| \geq M + at$ 时, $u(x, t) = 0$.

2. 已知 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ 是有界区域, $u \in C^2(\Omega) \cap C^0(\bar{\Omega})$ 满足Poisson方程Dirichlet问题

$$\begin{cases} \Delta u = -1, & x \in \Omega, \\ u = 0, & x \in \partial\Omega. \end{cases}$$

试证: 对任意的 $x_0 \in \Omega$, 有

$$\frac{1}{2n} \min_{x \in \partial\Omega} |x - x_0|^2 \leq u(x_0) \leq \frac{1}{2n} \max_{x \in \partial\Omega} |x - x_0|^2.$$

2020年1月8日

□ 预期效果

- 普及偏微分方程的基本知识、基本方法、基本素养（含模型建立、计算能力等）
- 奠定交叉领域的学习基础和学习能力
- 发现有潜力的偏微分方程研究生候选人



学业进步，考试顺利！

jgbao@bnu.edu.cn

<http://math0.bnu.edu.cn/~jgbao/>

保继光 主页

Homepage of Jiguang Bao

首页

个人简历

科学研究

人才培养

谢宇基金

信息发布



□ 保继光简介

- 理学博士，北京师范大学二级教授，博士生导师，招收偏微分方程和数学教育方向的研究生，享受国务院政府特殊津贴，数学科学学院首任院长。
- 1981~1988年在北京师范大学数学系学习，获学士和硕士学位。1988年至今在北京师范大学工作。1995~1998年在北京大学数学科学学院学习，获博士学位，导师为张恭庆院士。2000~2001年在加拿大University of British Columbia做博士后研究，合作导师为Nassif Ghoussoub院士。

- 现任教育部高等学校数学类专业教学指导委员会委员，教育部高中数学课程标准修订组成员，教育部高中数学课程标准测试组成员，教育部高考考试内容改革专家工作委员会委员，中国大学先修课程数学专家委员会委员，北京高校数学教育发展研究中心专家组成员，北京数学教育中心学术委员会委员，《数学通报》主编，《普通高中课程标准实验教科书·数学》主编，《北京师范大学学报(自然科学版)》主编，《数学的实践与认识》和Analysis in Theory and Applications编委，北京师范大学基础学科拔尖学生培养试验计划专家委员会副主任、理科组组长，谢宇教育基金会总裁，海淀区人民法院人民陪审员等职。

- 研究方向为偏微分方程和数学教育。
- 在Archive for Rational Mechanics and Analysis, Annales de l'Institut Henri Poincaré, Calculus of Variations and PDEs, Advance in Mathematics, 和《课程·教材·教法》、《数学通报》等国内外高水平刊物上共发表100多篇科研论文。
- 出版高中数学教材，本科生教材《偏微分方程基础》、《偏微分方程》（“十二·五”普通高等教育本科国家级规划教材、北京市精品教材）和研究生教材《偏微分方程》。

- 曾两次任北京师范大学数学系党总支副书记，两次任北京师范大学数学科学学院院长。
- 曾获宝钢优秀教师特等奖，明德优秀教师奖，国家级高等教育教学成果2等奖，高等学校科学研究优秀成果奖（科学技术）自然科学奖2等奖，教育部基础学科拔尖学生培养计划突出贡献奖，北京市教育教学成果奖1等奖，北京市优秀教师，北京市教学名师，北京市优秀博士学位论文指导教师，北京市翱翔计划优秀指导教师，丘成桐中学科学奖（数学）铜奖指导教师等奖励。
- 2003年和2006年分别当选为北京市海淀区第13和14届人民代表大会代表，2007年当选为北京市第13届人民代表大会代表。

- 已毕业研究生37人次（12名博士生和25名硕士生），其中9人次到美国Rutgers大学、New York大学、Purdue大学、Wake Forest大学等分别联合培养2年；熊金钢获北京市优秀博士论文，孙小强获北京市优秀毕业生，7人获研究生国家奖学金。
- 毕业去向：有的到国外（如：University of Texas 、加拿大宏利金融集团）工作，有的在大学（如：中山大学、北京理工大学、广西师范大学、北京师范大学）任教，有的去高校（如：Leibniz Universit ät Hannover、 Wake Forest University、北京大学、复旦大学）做博士后，有的到（如： University of British Columbia、北京大学、北京师范大学其他院系）读博士，有的在中学（如：北师大实验中学、二附中、一附中、景山学校、重庆南开中学）任教，有的在公司（如：国泰君安证券股份有限公司、招商基金管理有限公司）工作。