《随机过程导论》(2007 年版)— 更正

1. $P4$，倒数第5行. 将
   “称非负矩阵$A=(a_{ij})$不可约，如对于任何的 i 和 j,存在 $i_1,\cdots,i_m$ 使得”

   改为

   “称非对角线元素非负的矩阵$A=(a_{ij})$不可约，如对于任何的 i 和 j, 存在互不相同的 $i_1,\cdots,i_m\neq i,j$ 使得”

2. $P10$，第17行. 将
   “如果存在 $i_1,\cdots,i_n$使得”

   改为

   “如果存在互不相同的 $i_1,\cdots,i_n\neq i,j$ 使得”

3. $P20$，第5行．将
   “由此及引理1.14和引理1.21(用于 $\tilde{P}$)得出”

   改为

   “由此及推论1.14和引理1.21(用于 $\tilde{P}$)得出”

4. $P23$，第14行．将
   “由于 $\tilde{p}_{ij}^{(n)}=p_{ij}^{(nd)}$,$\tilde{m}_{jj}=m_{jj}/d$.故有”

   改为

   “由于 $\tilde{p}_{ij}^{(n)}=p_{ij}^{(nd)}$, $\tilde{m}_{jj}=m_{jj}/d$，故有” —（即句号改为逗号）

5. $P26$，第13行．将
   “这些结果的漂亮之处在于：条件均由 $P=(p_{ij})$ 决定. 它们的证明需要使用下一部分所介绍的数学工具.”

   改为

   “这些结果的漂亮之处在于：条件均由 $P=(p_{ij})$ 决定.由于这些判准的一个自由选项是任意有限集，它揭示这些性质本质上只依赖于无穷远处的行为. 它们的证明需要使用下一部分所介绍的数学工具.”

6. $P27$，第7行． 将
“(3) 单调函数列极限运算封闭：$f_n \in \mathscr{H}$, f_n逐点单增$\Longrightarrow \lim\limits_n Af_n \uparrow A\lim\limits_n f$. ”
改为
“(3) 单调函数列极限运算封闭：$f_n \in \mathscr{H}$, f_n逐点单增$\Longrightarrow Af_n \uparrow A\lim\limits_n f$.”

7. $P27$，第8行． 将
“将满足上述条件的算子 A 的全体记作 $\mathscr{A}$. 对 $A, \tilde{A}, A_n \in \mathscr{A}, A \leq \tilde{A}$ 如果 $Af \leq \tilde{A}f, \forall f \in \mathscr{H}; A_n \uparrow A$ 如果 $A_N f \uparrow Af, \forall f \in \mathscr{H}$. ”
改为
“将满足上述条件的算子 A 的全体记作 $\mathscr{A}$. 对 $A, \tilde{A}, A_n \in \mathscr{A}$, 记 $A \leq \tilde{A}$ 如果 $Af \leq \tilde{A}f, \forall f \in \mathscr{H}$; 记 $A_n \uparrow A$ 如果 $A_n f \uparrow Af, \forall f \in \mathscr{H}$.”

8. $P36$，第9行． 将
“$p_{ij} = \frac{\partial^j \left[\left(\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k\right)^i\right]}{j!\partial x^j}|_{x=0}$.” 改为 “$p_{ij} = \left\{\frac{\partial^j}{j!\partial x^j}\left[\left(\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k\right)^i\right]\right\}\Big|_{x=0}$.”

9. $P38$，第1行． 将
“而$p_{i0}^{(n)} = \sum\limits_{m=1}^{n} f_{i0}^{(n)}$,” 改为 “而 $p_{i0}^{(n)} = \sum\limits_{m=1}^{n} f_{i0}^{(m)}$,”

10. $P41$，第13行． 将
“..., $\tau_{k+1} = \inf\{n > \tau_k : X_n = i\} - \tau_k, k \geq 1$.”
改为
“..., $\tau_{k+1} = \inf\{n > \tau_k : X_n = i\}, k \geq 1$.”

11. $P41$，第14行． 将
“(a) 证明 $\tau_k, k \geq 1$ 独立同分布.”
改为
“(a) 证明 $\{\tau_{k+1} - \tau_k\}_{k\geq 1}$ 独立同分布.”

12. $P42$，第1行． 将
“(a) (1.37)等价于对任意的时刻 $n_1, \cdots, n_m$ 且 $n_2 - n_1 = n_m - n_{m-1}, \cdots$ 及状态 $i_1, \cdots, i_m \in E$,”
改为
“(a) (1.37)等价于对任意的时刻 $n_1, \cdots, n_m$, 使得 $n_2 - n_1 = n_m - n_{m-1}, \cdots$ 及任意状态 $i_1, \cdots, i_m \in E$,”

13. $P47$，倒数第6行．将
在“(4) 连续性条件(跳条件)”上方加一句“此外，我们自然假定”

14. $P49$，第1行．将图中的
“停留时间的概率密度 $q_i e^{-q_i t}$”

改为

“停留时间的概率分布密度 $q_i e^{-q_i t}$”

15. $P50$，第1行．将
“首先，$e^{-q_i t} = \mathbb{P}_i[X_s$在$[0,t]$内不跳$]$.如 $q_i \neq 0$, 则在 $[0,t]$ 内必有跳”

改为

“设 $i \neq j$. 首先，$e^{-q_i t} = \mathbb{P}_i[X_s$在$[0,t]$内不跳$]$. 如 $q_i \neq 0$, 则在 $[0,t]$ 内以正概率必有跳”

16. $P50$，第3行．将
“其中 $q_i e^{-q_i s}$ 为在 $[0,t]$ 内不跳的概率密度， q_{ik}/q_i 为从 i 跳至 k 的概率；”

改为

“其中 $q_i e^{-q_i s}$ 为首次跳发生在 s 处的概率密度，函数(这是因为首先跳发生在区间 $(s, s+\triangle s)$ 中的概率为 $e^{-q_i s}(1-e^{-q_i \triangle s})$) q_{ik}/q_i 为从 i 跳至 k 的概率；”

17. $P50$，第21行．将
“此时，$P(t)$ 的四个条件分别转化为如下五个条件:“

改为

“此时，$P(t)$ 的四个条件及条件 $P'(t)|_{t=0} = Q$ 分别转化为如下五个条件:”

18. $P53$，第8行．将
“$= \sum\limits_{k \neq i} \frac{q_{ik}^{(n)}}{\lambda + q_i^{(n)}} p_{iA}^{\min}(\lambda) + \frac{\delta_{iA}}{\lambda + q_i^{(n)}}$” 改为 “$= \sum\limits_{k \neq i} \frac{q_{ik}^{(n)}}{\lambda + q_i^{(n)}} p_{kA}^{\min}(\lambda) + \frac{\delta_{iA}}{\lambda + q_i^{(n)}}$”

19. $P53$，第10行．将
“$p_{iA}^{\min}(\lambda) \geq 0 = \sum\limits_{k \neq i} \frac{q_{ik}^{(n)}}{\lambda + q_i^{(n)}} p_{kA}^{(n)}(\lambda) + \frac{\delta_{iA}}{\lambda + q_i^{(n)}}$”

改为

“$p_{iA}^{\min}(\lambda) \geq 0 = \sum\limits_{k \neq i} \frac{q_{ik}^{(n)}}{\lambda + q_i^{(n)}} p_{kA}^{\min}(\lambda) + \frac{\delta_{iA}}{\lambda + q_i^{(n)}}$”

20. $P54$，第5行．将

“命题2.10. $(p_{ij}(t))$ 不可约 $\Longleftrightarrow Q=(q_{ij})$ 不可约．”

改为

“命题2.10. $(p_{ij}(t))$ 不可约 $\Longleftrightarrow Q=(q_{ij})$ 不可约(其定义见第4页).”

21. $P54$，第26行．将

$$p_{ij}^{\min}(\lambda)=\sum_{n=0}^{\infty}\overline{Q(\lambda)}^{n}(i,j)/(\lambda+q_j),$$

改为

$$p_{ij}^{\min}(\lambda)=\sum_{n=0}^{\infty}\overline{Q}(\lambda)^{n}(i,j)/(\lambda+q_j),$$

22. $P55$，第1行．将

“其中 $\overline{Q(\lambda)}^{n}$ 为下述矩阵的 n 次幂:”

改为

“其中 $\overline{Q}(\lambda)^{n}$ 为下述矩阵的 n 次幂:”

23. $P56$，第13行．将

“及”改为“及强马氏性(定理4.16)”

24. $P57$，第1行．将

“由强马氏性得出”改为“由强马氏性(定理4.16)得出”

25. $P57$第8行．将

“$e_{iH}^{(n)}(\lambda)=\int_0^{\infty}e^{\lambda t}f_{iH}^{(n)}(t)dt,\ e_{iH}(\lambda)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}e_{iH}^{(n)},\ 0\le\lambda<q_i$”

改为

“$e_{iH}^{(n)}(\lambda)=\int_0^{\infty}e^{\lambda t}f_{iH}^{(n)}(t)dt,\ e_{iH}(\lambda)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}e_{iH}^{(n)}(\lambda),\ 0\le\lambda<q_i$”

26. $P57$，第20行．将

“.... 再令 $F_{ij}=\mathbb{P}_i[\sigma_j\le t]$，”

改为

“.... 再令 $F_{ij}(t)=\mathbb{P}_i[\sigma_j\le t]$,”

27. $P58$，第12行．将

“定理2.14的证明 a) 假定链常返，则....”

改为

“定理2.14的证明 a) 假定链遍历，从而常返，则....”

28. $P60$，第15行． 将

"定义 $m_n = q_{n,n+1}^{-1}(1 + \sum_{j=0}^{N-1} q_{nj} + \sum_{k=N}^{n-1} m_k \sum_{j=0}^{k} q_{nj}),$"

改为

"定义 $m_n = q_{n,n+1}^{-1}\left(1 + \sum_{j=0}^{N-1} q_{nj} + \sum_{k=N}^{n-1} m_k \sum_{j=0}^{k} q_{nj}\right),$"

29. $P71$，第18行． 将

"...，则有 $\lim_{t\to\infty} p_{ij}(t) = \pi_j > 0$ 且 $\sum_j \pi_j = 1$"

改为

"...，有 $\lim_{t\to\infty} p_{ij}(t) = \pi_j > 0$ 且 $\sum_j \pi_j = 1$"

30. $P72$，第3行． 将

$$= \sum_{k\le N, k\ne i} p_{ik}(s)p_{kj}(t) + 1 - p_{ii}(t) + \sum_{k\le N} p_{ik}(s).$$

改为

$$= \sum_{k\le N, k\ne i} p_{ik}(s)p_{kj}(t) + 1 - p_{ii}(t) - \sum_{k\le N, k\ne i} p_{ik}(s).$$

31. $P72$，第4行，极限号前面加一个空格. 即将

"在前式两边同除以 s, 再取上极限$\overline{\lim_{s\downarrow 0}}$."

改为

"在前式两边同除以 s, 再取上极限 $\overline{\lim_{s\downarrow 0}}$."

32. $P78$，第1行． 将

"这样，若 $\sum_j p_{ij}(t) = 1$ (不中断),"

改为

"倘若 $\sum_j p_{ij}(t) = 1$ (不中断),"

33. $P78$，第26行． 将

"$L^2(\pi)$ (实平方可积函数的全体)上对称."

改为

"$L^2(\pi)$ (具有紧支撑的实函数集)上对称."

34. $P79$，第17行． 将

“证明 由于在 $\mathscr{D}(L)$ 上, $D(f,f)=-(Lf,f)$, ”

改为

“证明 由于在 $\mathscr{D}(L)\subset\mathscr{D}(D)$ 上, $D(f,f)=-(Lf,f)$, ”

35. $P80$，第8行． 将

“定理 3.8. $\lambda_1\geq\sup_{w\in\mathscr{W}}\inf_e I(w)(e)^{-1}$.”

改为

“定理 3.8. $\lambda_1\geq\sup_{w\in\mathscr{W}}\inf_e I(w)(e)^{-1}$, 其中 $\mathscr{W}$ 为 $\{w(e)\}$ 的全体.”

36. $P83$，第12行． 将

“后一不等式成立是因为 $0<\tilde{g}_n\leq g_n, 0<\sum\limits_{i=n}^{n}\pi_i-\pi_n\tilde{g}_n/g_n\leq\sum\limits_{i=n+1}^{N}\pi_i<1$.”

改为

“后一不等式成立是因为 $0<\tilde{g}_n\leq g_n$, $0<\sum\limits_{i=n}^{n}\pi_i-\pi_n\tilde{g}_n/g_n<\sum\limits_{i=n+1}^{N}\pi_i<1$.”

37. $P84$，第3行． 将

“由 (3.4) 及性质 2 知, 存在有限极限 $c:=\lim\limits_{n\to\infty}\mu_n b_n u_n\geq 0$, 倘若 $N=\infty$. ”

改为

“由 (3.4) 及性质 2 知, 存在非负极限 $c:=\lim\limits_{n\to\infty}\mu_n b_n u_n$, 倘若 $N=\infty$.”

38. $P86$，第19行． 将

“...使得$0=g_0<g_1<\cdots<g_{n-1}<g_n\geq g_{n+1}$. 定义...”

改为

“...使得 $0=g_0<g_1<\cdots<g_{n-1}<g_n\geq g_{n+1}$. 定义...”；

39. $P87$，第12行． 将

公式(3.18)“$\pi_i q_{ij}=\pi_j q_{ji}$.”改为“$\pi_i q_{ij}=\pi_j q_{ji},\ i,j\ \in E$.”

40. $P95$，第9行，原下标空隙大． 将

“$\mathbb{E}\,[f|\mathscr{G}_{\,1}]=\mathbb{E}\,[f|\mathscr{G}_{\,2}]\Longleftrightarrow\int_\Lambda\mathbb{E}\,[f|\mathscr{G}_{\,1}]\,d\mathbb{P}=\int_\Lambda fd\mathbb{P}$,”

改为

“$\mathbb{E}\left[f|\mathscr{G}_1\right]=\mathbb{E}\left[f|\mathscr{G}_2\right] \Longleftrightarrow \int_\Lambda \mathbb{E}\left[f|\mathscr{G}_1\right]d\mathbb{P}=\int_\Lambda f d\mathbb{P},$”

从这里开始, 许多 σ 代数的排版都存在这种空隙太大问题, 请读者自行更正.

41. $P97$，第3行． 将
“定理 4.2 (4.1)-(4.8) 相互等价.”

改为

“定理 4.2 诸性质(4.1)-(4.8) 相互等价.”

42. $P97$，第8行，原下标空隙大， 将

$$\mathbb{E}\left[I_{B_1B_2}|\mathscr{F}\ _t\right]=\mathbb{E}\left[\mathbb{E}\left[I_{B_1B_2}|\mathscr{F}\ _{u_1}\right]|\mathscr{F}\ _t\right]=\mathbb{E}\left[I_{B_1}\mathbb{P}\left[B_2|\mathscr{F}\ _{u_1}\right]|\mathscr{F}\ _t\right]$$

改为

$$\mathbb{E}\left[I_{B_1B_2}|\mathscr{F}_t\right]=\mathbb{E}\left[\mathbb{E}\left[I_{B_1B_2}|\mathscr{F}_{u_1}\right]|\mathscr{F}_t\right]=\mathbb{E}\left[I_{B_1}\mathbb{P}\left[B_2|\mathscr{F}_{u_1}\right]|\mathscr{F}_t\right]$$

43. $P97$，第18行． 将

$$\begin{aligned}&\mathbb{P}[X_{t_1}\in A_1,\cdots,X_{t_n}\in A_n,X_t\in A,X_{t_u}\in A_u].\\&=\int_{[X_t\in A]}\xi\eta d\mathbb{P}=\int_{[X_{t_1}\in A_1,\cdots,X_{t_n}\in A_n,X_t\in A]}\mathbb{P}[X_{t_u}\in A_u|X_t]\end{aligned}$$

改为

$$\begin{aligned}&\mathbb{P}[X_{t_1}\in A_1,\cdots,X_{t_n}\in A_n,X_t\in A,X_u\in A_u].\\&=\int_{[X_t\in A]}\xi\eta d\mathbb{P}=\int_{[X_{t_1}\in A_1,\cdots,X_{t_n}\in A_n,X_t\in A]}\mathbb{P}[X_u\in A_u|X_t]\end{aligned}$$

44. $P118$，第16行． 将
“若把条件稍为加强为”改为“此条件可稍为加强为”

45. $P130$，第22行，在定理6.2之前增加一段.
“我们先引述随机过程轨道连续性的一个基本结果, 其证明可在许多教材中找到. 例如 [39; §15.1] 或 [60或61; §3.2].”

46. $P131$，倒数第2行． 将

"a) 由于 $B_t \sim (N)(0, \sqrt{t})$, 可见"

改为

"a) 由于 $B_t \sim (N)(0, \sqrt{t})$, 由正态分布的尺度变换性质可见"

47. $P136$，第8行． 将

"提示：由上面的性质 (3) 导出"

改为

"提示：由定理 6.10 的性质 (3) 导出"

48. $P137$，第19行． 将

"14. 考虑实值连续可积函数 f 满足 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = a > 0.$"

改为

"14. 考虑实值连续可积函数 f 满足 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx > 0.$"

49. $P145$，第5行标题． 将

"§7.3 随机微分方程"改为"§7.3 随机微分方程 (一维情形)"

50. $P146$，第11行公式 (7.15) 上方． 将

"因此"改为"由此归纳得出"

51. $P148$，第11行． 将

"$\displaystyle\kappa(x) = \int_c^x s(\xi)M(\xi)d\xi,\ x \in I,$"

改为

"$\displaystyle\kappa(x) = \int_\theta^x s(\xi)M(\xi)d\xi,\ x \in I,$"

52. $P148$，第13行． 将

"$\displaystyle M(\xi) = \int_c^\xi \exp\left[\int_c^y \frac{b(z)}{a(z)}dz\right]\frac{dy}{a(y)}.$"

改为

"$\displaystyle M(\xi) = \int_\theta^\xi \exp\left[\int_c^y \frac{b(z)}{a(z)}dz\right]\frac{dy}{a(y)}.$"

53. $P148$，第15行． 将

"$\displaystyle S(x) = \int_c^x \exp\left[-\int_c^y \frac{b(z)}{a(z)}dz\right]dy.$"

改为

"$S(x)=\int_\theta^x \exp\left[-\int_c^y \frac{b(z)}{a(z)}dz\right]dy.$"

54. $P149$，第5行． 将

"为鞅, 从而 Doob 停止定理知 $e^{-t\wedge\tau_n}u(X_{t\wedge\tau_n})$ 是鞅."

改为

"从而 $\{e^{-t}u(X_t)\}_{t\geq 0}$为鞅. 再由 Doob 停止定理知 $e^{-t\wedge\tau_n}u(X_{t\wedge\tau_n})$ 是鞅."

55. $P149$，第15行． 将

$$u(x)=\mathbb{E}_x[e^{-e}u(r-);\lim_{t\longrightarrow e\wedge\eta}X_t=r]+\mathbb{E}_x[e^{-\eta}u(c);\lim_{t\longrightarrow r\wedge\eta}X_t=c].$$

改为

$$u(x)=\mathbb{E}_x\left[e^{-e}u(r-);\lim_{t\longrightarrow e\wedge\eta}X_t=r\right]+\mathbb{E}_x\left[e^{-\eta}u(c);\lim_{t\longrightarrow r\wedge\eta}X_t=c\right].$$

56. $P151$，第15行． 将

"在 $L^2(\pi)$ 上, 算子 L 有平凡的特征值 $\lambda_0=0$,我们感兴趣的是下一个特征值 λ_1, "

改为

"在 $L^2(\pi)$ 上, 算子 L 有平凡的特征值 $\lambda_0=0$, 相应的特征函数为常值函数$\mathbb{1}$. 我们感兴趣的是下一个特征值 λ_1, "

57. $P152$，第7行． 将

$$=\int_0^D a(u)g'(u)^2\pi(du)\frac{Ze^{-C(u)}}{a(u)f'(u)}\int_0^u\pi(dx)\int_u^D\pi(dy)[f(y)-f(x)].$$

改为

$$=\int_0^D a(u)g'(u)^2\pi(du)\frac{Ze^{-C(u)}}{f'(u)}\int_0^u\pi(dx)\int_u^D\pi(dy)[f(y)-f(x)].$$

58. $P152$，第11行． 将

$$=\int_u^D f(u)\pi(dy)-\int_u^D\pi(dx)\int_u^D f(y)\pi(dy)-\int_0^u f(x)\pi(dx)\int_u^D\pi(dy)$$

改为

$$=\int_u^D f(y)\pi(dy)-\int_u^D\pi(dx)\int_u^D f(y)\pi(dy)-\int_0^u f(x)\pi(dx)\int_u^D\pi(dy)$$

59. $P154$，第17行. 将
"10. 证明 $dX_t = cX_t^r dt$ 的解非爆炸当且仅当 $r > 1$."
改为
"10. 证明 $dX_t = cX_t^r dt$ 的解非爆炸当且仅当 $r > 1$, 此处 c 为常数."

60. $P159$，第16行. 将
"(2) $(X_t - A_t, \mathscr{F}_t, \mathbb{P})$ 是鞅." 改为 "(2) $(X_t^2 - A_t, \mathscr{F}_t, \mathbb{P})$ 是鞅."

61. $P161$，第8行. 将
"由鞅性知, 上述双重和数各项在 $L^2(\mathbb{P})$ 中两两正交, 因而"
改为
"由鞅性知, 右方的双重和数各项在 $L^2(\mathbb{P})$ 中两两正交, 因而"

62. $P167$，第1行. 将

$$
\begin{aligned}
&\le \frac{\varepsilon}{2} + \mathbb{E}\left[\int_0^T \left(\alpha_t - \bar{\beta}_{D(t)}\right)^2 D(\mathrm{d}t)\right]^{1/2} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \left(\text{因}\,\alpha_t = \alpha_{D^{-1}(D(t))} = \alpha_{\tau(D(t))} = \beta_{D(t)}\right) \\
&= \frac{\varepsilon}{2} + \mathbb{E}\left[\int_0^T \left(\beta_{D(t)} - \bar{\beta}_{D(t)}\right)^2 D(\mathrm{d}t)\right]^{1/2} \\
&\le \frac{\varepsilon}{2} + \mathbb{E}\left[\int_0^{T+M} \left(\beta_t - \bar{\beta}_t\right)^2 \mathrm{d}t\right]^{1/2} \\
&< \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.
\end{aligned}
$$

改为

$$
\begin{aligned}
&\le \frac{\varepsilon}{2} + \mathbb{E}\left[\int_0^T \left(\alpha_t - \bar{\beta}_{D(t)}\right)^2 D(\mathrm{d}t)\right]^{1/2} \\
&= \frac{\varepsilon}{2} + \mathbb{E}\left[\int_0^T \left(\beta_{D(t)} - \bar{\beta}_{D(t)}\right)^2 D(\mathrm{d}t)\right]^{1/2} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \left(\text{因}\,\alpha_t = \alpha_{D^{-1}(D(t))} = \alpha_{\tau(D(t))} = \beta_{D(t)}\right) \\
&\le \frac{\varepsilon}{2} + \mathbb{E}\left[\int_0^{T+M} \left(\beta_t - \bar{\beta}_t\right)^2 \mathrm{d}t\right]^{1/2} \\
&< \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.
\end{aligned}
$$

63. $P169$, 倒数第2行末项. 将 "$\int_0^T f(Z_t)$..." 改为 "$\int_0^T \partial_{ij}^x f(Z_t)$..."

64. $P175$，第7行． 将
“$=\left[\int_0^T ||\sigma||^2_{H.S.}\mathrm{d}t\right]$.” 改为 “$=\int_0^T ||\sigma||^2_{H.S.}\mathrm{d}t$.”

65. $P175$，第8行． 将
“留意若把 $\int_0^t \sigma(u,c)dB_u$ 写成 $(Y^1,\cdots,Y^N), Y^j\in\mathscr{M}_c^2$,”
改为
“留意若把 $\int_0^t \sigma(u,0)dB_u$ 写成 $(Y^1,\cdots,Y^N), Y^j\in\mathscr{M}_c^2$,”

66. $P180$，倒数第5行． 将
“$(\mathscr{F}_t^0)_{t\in[0,T]}$” 中的括号改大点.

67. $P181$，第15行． 将
这可以由 Itô 公式导出：

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left\{e^{\sqrt{-1}\lambda(\tilde{B}_t-\tilde{B}_s)hZ_T}\right\}\\
&\quad=\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left\{\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left[e^{\sqrt{-1}\lambda(B_t-B_s+\int_s^t u_r dr)-\int_s^t u_r dB_r-\frac{1}{2}\int_s^t u_r^2 dr}|\mathscr{F}_s^0\right]hZ_T\right\}\\
&\quad=\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left[hZ_T\right]-\frac{\lambda^2}{2}\int_s^t\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left[e^{\sqrt{-1}\lambda(B_\sigma-B_s+\int_s^\sigma u_r dr)}hZ^T\right]d\sigma.
\end{aligned}$$

改为

这可以由 Itô 公式导出(应用于 $\exp[\sqrt{-1}\lambda(\tilde{B}_t-\tilde{B}_s)-\int_s^t u_r dB_r-\frac{1}{2}\int_s^t u_r^2 dr]$)：

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left\{e^{\sqrt{-1}\lambda(\tilde{B}_t-\tilde{B}_s)hZ_T}\right\}\\
&\quad=\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left\{\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left[e^{\sqrt{-1}\lambda(\tilde{B}_t-\tilde{B}_s)-\int_s^t u_r dB_r-\frac{1}{2}\int_s^t u_r^2 dr}|\mathscr{F}_s^0\right]hZ_T\right\}\\
&\quad=\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left[hZ_T\right]-\frac{\lambda^2}{2}\int_s^t\mathbb{E}_{\mathbb{P}}\left[e^{\sqrt{-1}\lambda(\tilde{B}_\sigma-\tilde{B}_s)}hZ^T\right]d\sigma.
\end{aligned}$$

68. $P181$，第20行增加内容． 将
“..., 其解正是我们所求的.”
改为
“..., 其解正是我们所求的. 上式第一步用到 $\{Z_T\}$ 的鞅性, 对于每 $\xi\in\mathscr{F}_t^o, \mathbb{E}[\xi Z_T]=\mathbb{E}[\xi\mathbb{E}[Z_T|\mathscr{F}_t^0]=\mathbb{E}[\xi Z_T]$ ”

69. $P181$，第22行． 将
“$h=\exp\left[-\sqrt{-1}\sum_{j=0}^{m-1}\lambda_j(\tilde{B}_{t_{j+1}}-\tilde{B}_{t_j})\right]$”

改为

“$h = \exp\left[-\sqrt{-1}\sum_{j=0}^{m-2}\lambda_j(\tilde{B}_{t_{j+1}} - \tilde{B}_{t_j})\right]$”

70. $P182$，第4行． 将
“$= \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[hZ_t]\exp\left[-\frac{1}{2}\lambda_m^2(t_{m+1} - t_m)\right].$”

改为

“$= \mathbb{E}_{\mathbb{P}}[hZ_t]\exp\left[-\frac{1}{2}\lambda_{m-1}^2(t_m - t_{m-1})\right].$”

71. $P183$，第2行，将等式中的下标中花体字母改为小字号，即
“$v_{\sigma,c}^F(T,x) = \exp\left[-\inf_{u\in\mathscr{U}(T)} J_{\sigma,c}^F(T,x,u)\right]$， $T > 0, x \in \mathbb{R}^n$.”

72. $P187$，第9行，将等式中的下标中花体字母改为小字号，即
“$-\sigma\log v_{\sigma,c}^F(T,x) = \inf_{u\in\mathscr{U}(T)} \sigma J(t,x,u)$, (命题 8.28)”

73. $P188$，第12行． 将
“则 u 和 v 严格上升, 从而几乎处处可微. 命 $w(r) = (1-\lambda)u(r) + \lambda v(r)$. 那么 $f(u(r))u'(r) = g(v(r))v'(r) = 1$, 进而由算术平均—几何平均不等式,”

改为

“则 u 和 v 严格上升, 从而几乎处处可微. 而且 $f(u(r))u'(r) = g(v(r))v'(r) = 1$. 命 $w(r) = (1-\lambda)u(r) + \lambda v(r)$，由算术平均—几何平均不等式得”；

74. $P188$，第17行． 将
“$\int_{\mathbb{R}} h(x)dx \ge \int_{\mathrm{Range}(w)} h(x)dx \ge \int_0^1 h(w(r))w'(r)dr$”
中的“Range”改为小字号.

75. $P192$，第5行． 将
“其次对于 (b), 注意到 $\forall Y \in \mathscr{M}_c^2$,”

改为

“其次对于 (b), 注意到 $\forall Y \in \mathscr{M}_c^m$,”

76. $P192$，第9行． 将
“$\mathbb{R}^N \otimes \mathbb{R}^e$” 改为 “$\mathbb{R}^N \otimes \mathbb{R}^m$”

77. $P192$，第13行. 将
“$\langle\langle X,Y\rangle\rangle=(\langle X^i,Y^j\rangle:1\le i\le d,1\le j\le e);$”
改为
“$\langle\langle X,Y\rangle\rangle=(\langle X^i,Y^j\rangle:1\le i\le d,1\le j\le m);$”

78. $P193$，第1行. 将
“(a) 依定义”改为“(i) 依定义”

79. $P193$，第11行. 将
“(b) 仿前面关于 $\langle\theta_\bullet X,\eta_\bullet Y\rangle$ 的证法可证：”
改为
“(ii) 仿前面关于 $\langle\theta_\bullet X,\eta_\bullet Y\rangle$ 的证法可证：”

80. $P193$，第17行. 将
“(c) 先证 $Y=\int_0^\bullet\sigma dX$ 满足等式. 因为”
改为
“(iii) 先证 $Y=\int_0^\bullet\sigma dX$ 满足等式. 因为”

81. $P197$，第4行增加一段. 将
“最后，我们衷心感谢那些概率学家(也许在这里没有指出他们的名字)对本学科所作出的贡献, 也衷心感谢那些作者们以及他们的著作为本书所作出的贡献！”

致谢: 作者感谢庞宏奎教授完成此文件的 TeX 版本.