应用概率统计　第六卷
第四期　1990年11月

Chinese Journal of Applied Probability and Statistics Vol. 6 No. 4 Nov. 1990

纪念许宝騄教授八十诞辰

（北京大学　概率统计系）

今年是著名数学家许宝騄先生诞生八十周年.

许先生祖籍浙江杭州，1910年9月1日生于北京. 从小受到良好的教育；这种教育，既是传统的中国文化的教育，又包括一些西方先进科学的影响. 1928年许先生就读于燕京大学化学系，1930年转学清华大学数学系，于1933年毕业并获得理学士学位. 之后，他曾在北京大学任教. 1936年他通过考试公费赴英留学，在伦敦大学(University College, London)度过的四年中，1938年获哲学博士(Ph·D)学位，1940年获科学博士(D. Sc.)学位. 学成回国后，他受聘为北京大学教授，曾在西南联大任教. 1945年他应邀赴美，先后在加里福尼亚大学(University of California, Berkeley)，哥伦比亚大学(Columbia University)和北卡罗来纳大学(University of North Carolina, Chapel Hill)任访问教授. 许宝騄先生的典型中国学者的风度、对学术工作的严格的、高标准的要求以及解决困难而具体的数学问题的热情和能力给了美国同行们以极为深刻的印象[1]. 1947年夏，许先生婉言谢绝了美国同事们的多方挽留，毅然回到北京. 解放以后，他担任北京大学一级教授、中国科学院学部委员、第四届全国政协委员等重要职务. 1970年12月18日病逝于北京大学他的住所.

许宝騄教授的学术工作主要在概率论和数理统计方面，在这两个密切相关的数学领域中，他是名符其实的、得到广泛承认的具有世界水平的科学家. 1979年，为了纪念他诞生70周年(注：文[1]误认为许先生诞生于1909年，经核实，应是1910年.)，世界著名的《统计学年鉴》(Annals of Statistics)曾约请著名的专家学者撰文介绍他的生平[1]和他在数理统计与概率论方面的重要贡献[2,3,4].

许先生关于数理统计学的第一篇论文发表于1938年[5]，讨论所谓Behrens-Fisher问题. 设$X_1, \cdots, X_n$和$Y_1, \cdots, Y_m$是分别来自正态总体$N(\mu_1, \sigma_1^2)$和$N(\mu_2, \sigma_2^2)$的样本，如果σ_1^2和σ_2^2未知而要检验假设$H_0: \mu_1=\mu_2$，这便是Behrens-Fisher问题. 记

$$S_1^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2 \quad S_2^2=\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\overline{Y})^2.$$

通过把形如

$$u=(\overline{Y}-\overline{X})^2/(A_1S_1^2+A_2S_2^2)$$

的统计量的分布密度展成级数，他研究了否定域$\{u\geqslant c\}$的势函数对参数

$$\lambda=(\mu_2-\mu_1)^2/(\sigma_1^2/n+\sigma_2^2/m)$$

和

$$\theta=\sigma_1^2/\sigma_2^2$$

的依赖关系. 根据他的结果所给出来的方法被称为"许方法"；直到现在，"许方法"仍被认为是解决这一问题的最实用的方法[6].

许早期的另一工作是关于线性模型方差的二次估计. 设

$$Y=C\beta+\varepsilon$$

是一个线性模型,其中 $\varepsilon=(\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_n)$ 是各分量独立,零均值且具有共同方差 σ^2 的随机向量. 设 Q 是 $Y=(y_1, \cdots, y_n)$ 的一个二次型. 称 Q 是 σ^2 的最优二次无偏估计, 如果它满足: (i)对任何参数 β, $EQ=\sigma^2$; (ii) Q 的方差不依赖于未知参数 β; (iii)对任一满足条件(i)和(ii)的二次型 Q_1, Q 的方差不超过 Q_1 的方差. 在文[7]中, 许给出了通常的 σ^2 的 Markov 估计是最优二次无偏估计的必要充分条件. 他的这一工作被认为是以后关于方差和方差分量的最优二次估计的大量文献的出发点.

在数理统计的一个重要领域——多元分析中, 许也作出了杰出贡献. 他给出过多元分析中若干重要分布的推导[8,9]. 其中文[8]把分析方法和代数方法结合起来,用数学归纳法来推导著名的 Wishart 分布, 至今仍被看成是这个分布各种推导方法中最优美的一个. 许还推导了对多元分析有基本重要意义的某些行列式的根的精确分布和渐近分布[10,11,12]. 在这些困难的工作中, 他推动了矩阵理论在多元分析中的应用, 也对矩阵论本身的某些技巧有所发展. 他在北卡罗来纳大学讲授多元分析课程时, 曾经提出过一种计算矩阵变换的 Jacob 行列式的新方法. 直到他回国四年以后, 这一方法才由当时听课的学生 Deemer 和 Olkin 根据笔记加以整理并取得他的同意后公开发表出来[13].

许在数理统计中最出色的工作之一是对一元线性假设似然比检验优良性的论证[14], 他证明了似然比检验在所有的功效函数仅依赖一个非中心参数的检验类中是一致最强的. 这一工作后来在两个方面得到继续发展, 一是把许的提法应用到多元问题上去[15],或是加以深化[16],[17]. 另一方面, 这篇文章提供了一个获得所有相似检验的新方法, 在许先生的建议下, 这个方法被 Simaika 和 Lehmann 用到其它问题上去[5,18], 以致后来由 Lehmann 和 Scheffé 形成完全性的概念[19].

下面, 简单地介绍一下许宝騄教授在概率论方面的工作.

设 $\xi_1, \cdots, \xi_n$ 是 n 个独立同分布的随机变量 $E\xi_i=0$, $E\xi_i^2=1$. 令

$$\bar{\xi}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i,\quad \eta=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\xi_i-\bar{\xi})^2$$

并以 Φ 记标准正态分布函数. 一个从理论和应用的角度都十分引人注目的问题是 $\bar{\xi}$ 和 η 在适当正则化以后向中心极限定理收敛的速度. 在这方面, Cramér[22] 得到了

$$F(x)=P(\sqrt{n}\,\bar{\xi}\leqslant x)$$

的渐近展式

$$F(x)=\Phi(x)+\Psi(x)+R(x);$$

而 Berry[21] 则给出了 $F(x)$ 与 $\Phi(x)$ 之差的一致性估计——Berry-Esseen 估计

$$\sup_{x\in R}|F(x)-\Phi(x)|\leqslant A\beta_3 n^{-1/2}.$$

在文[22]中, 许对

$$G(x)=P(\sqrt{2}\,(\eta-1)/\sqrt{\alpha_4-1}\leqslant x)$$

(α_4 表 ξ_i 的四阶矩)分别获得了 Cramér 和 Berry 对于 F 所得到的平行的结果, 并且给 Cramér 定理以一个初等的证明. 特别应该指出的是, 许在此文所使用的方法不仅可以用来解决 η 分布的渐近问题, 还可以用于解决样本高阶中心矩. 样本相关系数以及样本的学生氏 t 分布的类似问题. 顺便说一下, 许在[22]中的工作后来引起不少中外学者进一步研究.

许在概率论方面的另一个基础性的有深刻影响的工作是在加强独立随机变量序列强大数律结论方面所作的努力．设$\{\xi_n, n\geqslant 1\}$是一个独立同分布均值为0方差为1的随机变量序列．许和Robbins在他们合作的文[28]中首先证明了如下的结论：对任给$\varepsilon>0$,

$$\sum_{n=1}^{\infty} P\left(\left|\sum_{i=1}^{n} \xi_i\right| \geqslant n\varepsilon\right)<\infty.$$

他们的这一工作的意义不仅仅在于它本身是一个比强大数律更强的结论，更在于它提出了一个加强大数定律结论的方向，引起了许多中外学者和众多的文献沿着这一方向继续工作，见[24]和[25]．

四十年代前后，寻求行独立随机变量三角阵列行和弱极限问题的彻底解决是一个引起象Lévy, Feller, Kolmogorov和Gnedenko等著名学者所关注的挑战性问题，许参加了这一竞争并且证明了自己是一个强者(关于许参加这一竞争的经历，文[4]有一段真实动人的叙述)．文[26]原本是他1947年寄给钟开莱教授的一份手稿，1968年这篇手稿作为Gnedenko和Kolmogorov所著《独立随机变量和的极限分布》一书英译本的一个附录公开发表．在这篇文章中，许独立于Gnedenko也得到了三角阵列的独立和依分布收敛到某一无穷可分分布的必要充分条件，而且方法上很有特色．1958年许用中文发表了文[27]，此文证明了L族中的所有分布函数都是绝对连续的．但是，这篇文章的结果一直未被国外知道，以致于1963年国外还当作一个新结果发表出来[28]．

以上，我们从某些侧面介绍了许宝騄教授的学术成就．应当指出，这些介绍是很不全面的．在矩阵论方面，在马氏过程理论方面，在试验设计以及组合数学方面，在变叙(即次序统计量)的极限理论等方面，许先生和他领导的讨论班都有许多很好的工作．读者要更多了解这方面的情况，请参考1981年科学出版社出版的《许宝騄文集》[29]和Springer-Verlag出版社出版的《许宝騄选集》[30]．

我们今天撰文纪念许宝騄教授的八十诞辰，不仅是因为他的学术造诣和学术成就，更重要的是为了缅怀他对建设和发展中国的概率统计学科所作出的重大贡献．

在一九五六年制定的全国科学发展规划中，概率统计和计算数学，微分方程一起被列为数学的重要发展方向，许先生作为我国公认的概率统计学科的带头人，参与组织领导科学规划在这一方面的落实．当时，在许先生主持下，从北京大学和中山大学、南开大学等兄弟院校的数学系选派了50名学生，作为国内第一届概率论与数理统计专门化的学生在北京大学学习．除了北大的原有教师外，还从中国科学院数学研究所、中山大学等单位调集了一批教师，加强专门化课程的教学力量，开设了象测度论，概率极限定理，数理统计和马氏过程等专门化课程．这一有力的措施，对我国概率统计教学科研队伍的形成和发展起了巨大的推动作用．从这一届专门化毕业的学生，许多人仍活跃在教学科研第一线，成为概率统计学科的一支中年骨干力量．在许先生的倡议下，当时还从苏联、东欧邀请了一些概率统计方面的专家学者来华进行学术交流，同时选派了一些青年人去国外学习，以促进我国概率统计学科的发展．

一九五六年，北京大学成立了全国第一个概率论数理统计教研室，许先生生前一直任这个教研室的主任，他主持制订的概率统计专门化的培养计划和教学大纲，充分体现了重视基本知识，强调基本训练，着重基本能力培养的精神，至今对我们仍有指导意义．一些重要的专门化课程的讲义是根据他的讲稿整理而成的．他在讨论班上的演讲笔记如《点集拓扑》、《多元分析》和《抽样论》等，都是经过精心选材，精心整理而成的，有独特的风格．其中《抽样论》的讲稿

经过孙山泽同志的整理，已由北京大学出版社出版，荣获国家教委的优秀教材奖．在教研室主任的工作中，他特别重视对青年教师和高年级学生独立科研工作能力的培养，他是一位“全方位”的教研室主任，先后领导过极限定理，马氏过程、多元分析、试验设计、次序统计量、过程统计、统计判决函数和组合数学等多方面内容的讨论班，以他丰富的学识、深刻的造诣和忘我的工作精神一次一次地把青年人引向学科的前沿．

“文化大革命”前北大概率统计方向共培养出八届学生，许先生亲自带过五届学生的毕业论文．人们如果了解这一切都是在身患多种疾病，长年卧床，有时还要受到不公正对待的情况下做的，就更不能不为许先生鞠躬尽瘁、死而后已的精神所感动了．

许宝騄教授始终关注着概率统计学在我国的发展．他所领导的北大概率统计教研室接纳过兄弟院校的许多进修教师．他对青年人总是循循善诱，热情鼓励．他所领导的讨论班，从来都欢迎并吸收兄弟院校和外单位的师生参加，取长补短，相互促进．为了推动理论联系实际的工作，他曾建议在数学系内增设统计实验室．为了促进学术交流和给青年人提供园地，他还发起蕴酿筹办概率统计的专门杂志．令人婉惜的是，他的这些设想在他生前都未能实现．今天可以告慰于许先生的是，北大的统计实验室已于1983年正式成立了．由中国数学会概率统计学会主办的《应用概率统计》杂志也已于1985年创刊．我国的概率统计学科发展正面临前所未有的大好局面．

许先生离开我们已经整整廿年了，留下了举世公认的学术成就，留下了创建我国概率统计学科的业绩，更留下了随着时间的推移而越来越显珍贵的精神财富．

许先生是一位具有献身精神的科学家．解放以后他绝大部分时间是在身体状况十分恶劣又缺乏精心照顾(许先生终生未婚)的情况下工作的．他曾开玩笑说：“我也通过了劳卫制”．(“痨”、“胃”、“痔”的谐音，意指他患有肺结核、胃溃疡和痔疮等多种疾病)．但是只要工作起来，他就表现出超乎常人的精力．当1970年他在燕园“一室一厅”的简陋住所病逝的时候，人们在他的床前发现的是一叠刚刚演算过的草稿．

凡是在学术上与许先生有过接触的人，都对他的严谨学风留下了深刻印象．他从不回避学术上遇到的困难问题，而对解决困难问题甚至有点偏好．他对自己的学术工作设置了很高的标准，从不敷衍凑数．他对青年人既热情鼓励，又严格要求．在指导青年教师时，甚至对用词不当和错误的标点符号也从不放过．对待教学工作，他更是反复推敲，精益求精．在倡导师德的今天，许先生给我们树立了良好的榜样．

我们衷心感谢《应用概率统计》编委会出版这个专辑纪念许宝騄先生的八十诞辰，今年九月，北京大学还举办了《纪念许宝騄诞生80周年学术讨论会》．我们相信，通过这些活动，将激励和推动全国的同行们为我国概率统计学科早日赶上和超过世界先进水平而努力奋斗．

参 考 文 献

[1] Anderson, T. W., Chung, K. L. and Lehmann, E. L. (1979) Pao-Lu Hsu 1909—1979. *Ann. Statist.*, 7, 467—470.

[2] Lehmann. E. L, (1979) Hsu's work on inference. *Ann. Statist.*, 7, 471—473.

[3] Anderson, T. W. (1979) Hsu's work in multivariate analysis. *Ann. Statist.*, 7, 474—478.

[4] Chung, K. L. (1979) Hsu's work in probability. *Ann. Statist.*, 7, 479—483.

[5] Hsu, P. L. (1938) Contribution to the theory of "Student's" t-test as applied to the problem of two samples. *Statist. Res. Mem.* 2, 1—24.

[6] Dudewicz, E. L. and Mishra, N. (1988) *Modern Mathematical Statistics.*, Wiley, New York.

[7] Hsu, P. L. (1938) On the best unbiassed quadratic estimate of the variance. *Statist. Res. Mem.*, 2, 91—104.
[8] Hsu, P. L. (1939) A new proof of the joint product moment distribution. *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 35, 336—338.
[9] Hsu, P. L. (1940) An algebraic derivation of the distribution of rectangular coordinates. *Proc. Edinburgh Math. Soc.*, 6, 185—198.
[10] Hsu, P. L. (1939) On the distribution of roots of certain determinantal equations. *Ann. Eugenics*, 9, 250—258.
[11] Hsu, P. L. (1941) On the limiting distribution of roots of a determinantal equation. *J. London Math. Soc.* 16, 183—194.
[12] Hsu, P. L. (1941) The limiting distribution of the canonical correlations. *Biometrika* 32, 38—45.
[13] Deemer, W. L. and Olkin, I. (1951) The Jacobians of certain matrix transformations useful in multivariate analysis. *Biometrika*, 38, 345—367.
[14] Hsu, P. L. (1941) Analysis of variance from the power function standpoint. *Biometrika*, 32, 62—69.
[15] Simaika, J. B. (1941) On an optimum property of two important statistical tests. *Biometrika*, 32, 70—80.
[16] Wald, A. (1942) On the power function of the analysis of variance test. *Ann. Math. Statist.*, 13, 434—439.
[17] Lehmann, E. L. (1959) Optimum invariant tests. *Ann. Math. Statist.*, 30, 881—884.
[18] Lehmann, E. L. (1947) On optimum tests of composite hypotheses with one constraint. *Ann. Math. Statist.*, 18, 473—494.
[19] Lehmann, E. L. and Scheffé, H. (1950) Completeness, similar regions and unbiased estimation. *Sankhyā*, 10, 305—340.
[20] Cramér, H. (1937) *Random Variables and Probability Distributions.*
[21] Berry, A. C. (1941) The accuracy of the Gaussian approximation to the sum of independent variates. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 49, 122—136.
[22] Hsu, P. L. (1945) The approximate distributions of the mean and variance of a sample of independent variables. *Ann. Math. Statist.*, 16, 1—29.
[23] Hsu, P. L. and Robbins, H. (1947) Complete convergence and the law of large numbers. *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.*, 33, 25—31.
[24] Erdös, P. (1949) On a theorem of Hsu and Robbins. *Ann. Math. Statist.*, 20, 286—291.
[25] Baum, L. E. and Katz, M. (1965) Convergence rates in the law of large numbers. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 120, 108—123.
[26] Hsu, P. L. (1968) A general weak limit theorem for independent distributions, appendix III in *Limit Distributions of Sums of Independent Random Variables*, revised edition (Eds. B. V. Gnedenko and A. N. Kolmogorov) (translated by K. L. Chung with Appendices by J. L. Doob and P. L. Hsu), Addison-Wesley.
[27] 许宝騄(1958) L 族内的分布函数的绝对连续性. 北京大学学报(自然科学),第四卷,第二期,145—150.
[28] Fisz, M. and Varadarajan, V. S. (1963) A condition for absolute continuity of infinitely divisible distribution functions. *Z. Wahrsch. verw. Gebiete*, 1, 335—339.
[29] 许宝騄文集,1981,科学出版社,北京
[30] Pao-Lu Hsu *Collected Papers* 1983 Springer-Verlag, New York.