

怀念王松桂教授

杨虎 吴密霞 整理

序: 2025 年 4 月 26 日, 北京工业大学数学统计学与力学学院发布讣告, 著名统计学家、北京工业大学概率统计学科奠基人之一王松桂教授因病医治无效, 于北京时间 2025 年 4 月 25 日晨 8:30 在美国逝世, 享年 83 岁。王松桂教授是国内线性模型研究的奠基人之一, 并为该领域的发展作出了重要贡献。很多开创性的理论与方法总结在他 127 篇论文和国内外出版的几部专著中, 还有一些经典的教材也倾注了他的毕生精力。

王松桂, 男, 1942 年 1 月 15 日出生于山西省临汾县龙祠公社西杜村一个普通农家, 家里五个孩子, 排行老三。虽然身高体壮, 但自幼性格温和淳朴, 品学兼优。1954 年 9 月进入临汾二中读初中, 1957 年 9 月进入临汾一中读高中。当时高二七班的王松桂和高三一班的贾忠贞因为共同的兴趣爱好和求学志向而相识相知, 从此开始了半个多世纪的共同学术之旅, 相濡以沫, 相伴终生。1960 年高中毕业的王松桂以优异成绩考入中国科技大学并选择了运筹专业, 1965 年毕业留校工作。贾忠贞则在 1961 年考入山西大学, 1965 年毕业后工作。他俩在临汾一中百年校庆之际, 应母校要求留言: "感谢母校的教育与培养, 愿百年母校, 青春永驻, 再创辉煌; 愿各位老师, 教书育人, 成就梦想; 愿莘莘学子, 奋发图强, 茁壮成长!" 母校也在学校的网页上加上醒目的标题: "缘结同窗成伉俪, 情系母校长默契", 让无数校友侧目, 成为事业与生活追求的典范。

中科大当时在北京玉泉路 19 号, 郭沫若是校长, 华罗庚是系主任, 并主讲复变函数, 龚昇担任助教, 吴文俊主讲微积分。1970 年中国科大接到内迁通知, 随后决定迁往合肥。那时交通环境很差, 合肥生活相当不便, 因此搬迁过程中, 大量仪器、图书损毁, 师资流失严重。王松桂随学校于 1970 年迁往合肥。为解决夫妻分居, 夫人贾忠贞和已经三岁的大女儿晓京 1971 年随迁合肥, 她也开始在中国科大数学系任教, 主要讲授非数学专业的基础课程。初到合肥, 条件异常艰苦, 生活拮据, 工作与生活难以兼顾。为了弥补十年文革耽误的学业, 他们废寝忘食地努力学习。后来又添了小女儿晓天。大女儿很懂事, 在父母繁忙工作之际, 不仅自己不用父母操心, 还主动带着妹妹。科大良好的学习氛围, 就是最好的教育和熏陶, 由于她们自身的努力, 后来, 姐妹先后考入科大计算机和生物系。贾老师时常对王松桂指导的学生讲述培养孩子的体会。他的学生杨虎后来回忆说: 师母听说他有个女儿, 就告诉他要早点读书, 但后面入学年龄卡得太严, 好在附近新办了一所私立英语学校, 通过考取奖学金, 实现了 5 岁入学。早期确实很费劲, 毕竟孩子太小, 但后劲确实不一样。晓京和晓天后来都通过自己的努力, 双双去美国深造。那时无论中科大还是整个国内环境, 都是很令人羡慕的。

65 年 9 月一毕业, 王松桂就和运筹专业的几位同学一起, 随华罗庚去四川成都铁路建设工地推广统筹法和优选法。这是一段重要的经历。当时全国各地都推广优选法, 这是华罗庚晚年理论联系实际的重大贡献。不过推广还没结束, 文革就开始了, 工作戛然而止, 华罗庚被召回, 去的老师都回来了。中科大迁到合肥后于 1972 年开始招收工农兵学员, 他才重新走进课堂。1972 年那批工农兵学员进校后, 常庚哲教授给数学系学生上线性代数课, 王松桂作辅导。跟着这位数学名师, 他学到了怎样授课的宝贵经验, 很快在教学上就能独当一面了。那个时期, 他还跟随陈希孺教授去河南讲课。每日相处, 不仅学到怎样钻研学问、怎样教书育人的业务知识, 还学到怎样待人处事、做人之道。1976 年粉碎四人帮后, 北大还

没招生，但中科大校长刘达行动迅速，1977 年率先恢复招生，并开历史先河招收科大少年班，成为一个时代的象征。这也应该是他们在培养孩子上倾向于早开发早受教的大环境使然。

王松桂在科大那样的学术环境是很幸运的。在陈希孺老师的带领和精心指导下，王松桂七十年代末就开始进行线性模型研究。系统研究了回归模型自变量选择、参数函数的可估问题、均值向量估计误差的范数界、有偏估计以及主成分估计在地球化学中的应用等——即使放在今天都仍然是热门的研究选题，发表在《应用数学学报》、中科大学报、Communications in Statistics、《地质学报》上。这些成就即使放在 90 年代中期，都是高水平的研究成果，放在任何青年人身上，都能晋升教授。1978 年，威斯康星大学代表团访问科大，两校商定接受中科大访问学者。第一批访问学者 1979 年成行。王松桂觉得这是一个提升自己的好机会，抓住每一个空闲时间学习英语。在挑选第二批 1980 年访问学者英语考试前一天，获知考试时间，他连夜从河南开封赶回合肥，早上 8 点到家，10 点进考场，恰好符合选拔条件，如愿以偿赴美访学。

1980 年到 1982 年在威斯康星大学做访问学者，在合作教授吴建福的帮助下，王松桂积攒已久的潜力开始爆发。虽然只有短短两年时间，但他与吴建福教授合作完成了三篇学术论文。第一篇是基于他在线性模型上的研究基础，进一步研究了最小二乘估计的相合方向，发表在中科大学报上。第二篇在此论文的基础上，尤其在吴建福教授的帮助下，获得根本性的进展，得到吴建福教授的高度评价。该文 1983 年发表在统计学四大顶刊之一的 *Annals of Statistics* 上。该文突破了以往针对多项式回归模型研究中依赖特殊代数性质的局限，采用基于泰勒级数展开主导项分析的统一方法，对任何具有一个自变量和光滑回归函数的回归模型进行研究，得出了关于一致方向空间 $S(f)$ 的一般性结论。这种方法具有广泛的适用性，涵盖了更广泛的函数类型，为后续相关研究提供了通用的分析思路。后期得到全世界相关学者的广泛好评和跟踪研究。这些引用该文的论文陆续发表在 *Annals of Statistics*（李克昭，1984）、*Biometrika*（Hu, Inchi, 1998）等四大期刊上。李克昭教授在 1984 年发表了该方向的后续研究，基于线性模型的无限参数一致性，在论文后半部分的讨论中，称他在论文送审修改过程中发现王松桂老师的工作通过另外一个角度获取了相同的结论，并且同样在延伸的 Chebyshev 系统上适用，并推荐读者阅读王松桂的工作。Hu, Inchi 教授发表在 *Biometrika* 上的论文发表了非线性问题的秩序设计，对于一般的情形，推荐读者阅读王松桂老师的工作了解线性模型下的结果。第三篇论文围绕已知协方差的线性实验展开，研究不同线性实验间的比较关系，并将相关结论拓展到对参数子集估计的实验比较中，突破 Ehrenfeld 仅考虑协方差矩阵非奇异的局限，将线性实验比较理论推广到协方差矩阵可奇异或非奇异的一般情形，完善了线性实验比较的理论体系。论文 1984 年再次发表在顶刊 *Annals of Statistics* 上。随后的跟踪研究更多，也陆续发表在 *Annals of Statistics*（GAFFKE, N., 1987; Stępnia, C., 1994）、*Linear Algebra and its Applications*（Stępnia, C., 1985, 1987, 1997, 2000; NORDSTROM, K. & FELLMAN, J., 1987）等期刊上。波兰数学家和统计学家 C. Stepniak 在 1985 年 *Annals* 上发表了该篇工作的后续研究，非负定矩阵排序在线性模型下的研究，并指出王松桂他们的工作给出了特定情形下的一个充要条件。此外，C. Stepniak 发表在 1994 年 *Annals of Statistics* 上的工作只引用了七篇论文，其中一篇为王松桂他们的工作，帮助该篇论文证明了最重要的定理 1。Norbert Gaffke 教授在 1987 年在 *Annals* 上发表了基于线性回归的进一步优化设计，在可允许设计一节中，基于王松桂的工作选定了更优的设计（Norbert Gaffke, 1987）。此外，该篇研究成果被多名世界著名学者引用，例如法国国家科学研究中心主任 Luc Pronzato 教授（他是最优实验设计、非线性统计建模等领域的著名学者）、斯洛伐克著名的数学家 Andrej Pázman（以非线性最小二乘估计的唯一性等贡献闻名，同时也是斯洛伐克科学院学术学会

委员)。

王松桂 1985 年 11 月晋升副教授,随后担任中科大数学系副主任(主任是冯克勤教授),1989 年晋升教授。这期间陆续出访波兰、瑞典、芬兰、瑞士、美国、加拿大等国。1993 年调入北京工业大学,直到退休。后面这一时期,正如该院领导在追思会上的评价那样:“王老师 1993 年加盟原应用数学系并担任应用数学系主任后,以宽广的胸怀、深邃的学术视野、公平公正的管理,坚持学术优先、育人优先,克服重重困难,大力进行教师队伍建设,引进了一大批优秀青年学者,并支持他们快速成长。在王松桂老师和杨振海老师的带领下,学术研究之火逐渐燎原兴旺,学科发展步入正轨,先后申请到概率论与数理统计硕士点、应用数学硕士点,概率论与数理统计、应用数学先后成为北京市重点建设学科;2000 年成功申请到概率论与数理统计博士点,成为北京工业大学数学学科崛起的标志,也为后期统计学的发展奠定了坚实的基础。没有这个基础,就没有今天数学和统计学两个一级学科博士点和博士后流动站。2000 年,原应用数学系和应用物理系合并成立应用数理学院,王老师担任首任院长。他恪尽职守,与班子一道克服了因调整带来的诸多困难,稳定了学院局面,带领学院走上了正轨。作为学者和导师,他学风严谨、诲人不倦,不仅自己取得了大批被国内外同行认可的高水平成果,也在中国科技大学和北京工业大学培养了一大批优秀的数学和统计学人才,他们当中既有一批知名学者、教授,也有业界翘楚,成为各自领域的中流砥柱。”

王松桂教授是我国线性模型研究领域的开拓者和奠基人之一。他与陈希孺院士合著的《近代回归分析》及独著的《线性模型》(安徽版)是我国最早系统阐述线性模型理论的经典著作,为统计学科发展奠定了重要基础。王松桂教授学术造诣深厚,在《中国科学》《科学通报》及 *Annals of Statistics* 等国内外权威期刊发表论文 127 篇,在参数估计、Pitman 准则、谱分解估计等前沿领域取得了一系列开创性成果,曾荣获中国科学院重大科技成果奖二等奖、北京市科技进步奖二等奖等多项殊荣。1992 年获国务院政府特殊津贴,其主编的《概率论与数理统计》获教育部优秀教材奖并入选“十二五”国家级规划教材。

王松桂教授一生潜心育人,桃李满天下。他培养的大批统计学人才已成为学界中坚力量,在各高校担任学术骨干和学科带头人,在行业一线发挥着重要作用,延续着先生的学术薪火。

这是追思会上众多学者对王松桂的评价。他早期的研究前面已经有所叙述,下面再补充叙述如下:

1. 早期的其他研究:

从 1984 年开始,王松桂教授独自(部分与人合作)发表了 20 多篇论文,尤其是 1984 年连发三篇《科学通报》,当时《中国科学》和《科学通报》是国内最顶级的两本期刊,标志着国内最顶尖的研究成果。1986 年又独立在《科学通报》发表一篇,1989 年独立在《中国科学》发表一篇论文。这些论文系统阐述了主成分的最优性、广义相关系数、可估子空间线性模型比较、估计的广义相关系数与效率、半相依回归系数的新估计等。这些研究都总结在他的专著《近代实用回归分析》(与陈希孺合著)、《线性模型的理论及其应用》中,尤其是后者的安徽版,每章最后都有“进一步研究”,引导了众多的读者开始了线性模型研究,成为早期统计学入门研究的启蒙著作。著名统计学者朱宏图评价说:“我读书的时候学的就是王老师的线性模型,当时我们把王老师书里面的每个习题都做了一遍,累得够呛!感谢王老师对我学业的帮助!”张日权教授也说:“我读王老师黄皮的线性模型,多次读,对每个证明和习题都做了多次,感谢王老师!”杨虎教授说:“重庆大学博士生早期开设线性模型作为

必修的主干课程，就选用的这本书，引导了一批数学、统计学的研究生走上研究之路和学术人生。”

王松桂教授早期合作的学者还有林春土、方开泰、王学仁、周贤忠、Rao, J. N. K., Liski, E. P., 叶伟彰, 黄香, Stepniak, C.等。特别需要提到的是与著名统计学家 Rao, J. N. K.发表在 *Journal of Multivariate Analysis* 的合著"具有嵌套误差结构下的回归模型 F 检验功效"一文，为解决回归模型中复杂的检验功效问题提供了新的思路和方法。Masoud Birjandi 教授等评价王松桂的工作自提出以来一直是该领域的标准方法 (Masoud Birjandi et al., 2013)。

2. 开始培养学生后的创新研究成果部分总结：

相对效率与 Kantorovich 不等式研究：王松桂教授在 1989 年与学生刘爱义于《数学学报》和《应用概率统计》发表的论文中首先开始了国内对 Kantorovich 不等式的研究，并提出了迹商类 Kantorovich 不等式。这与行列式类 Kantorovich 不等式 (Bloomfield, Watson, Knott, 1975 建立)、商积类 Kantorovich 不等式 (Khatri, C. R. Rao, 1981 年建立) 一样，属于早期相对效率研究的关键进展，只是当时没有得到最终的结果。这一不等式最后由他学生杨虎在一篇论文中完成。张尧庭教授评审了该文，给予高度评价，直接推荐给时任主编的《应用数学》杂志发表。随后王松桂教授在与杨虎合作的范数类 Kantorovich 不等式研究中获得新的进展，论文发表在《应用数学学报》上。该方面的后续研究总结在杨虎 1990 年《科学通报》的一篇论文中。不过范数类 Kantorovich 不等式至今仍未真正建立，目前得到的多是局部优化的结果，没能像前面三类 Kantorovich 不等式那样进行全局优化。

Pitman 准则研究：1993 年 C. R. Rao 在自己任主编的 *Communications in Statistics--Theory and Methods* 上开辟了一个专辑专门讨论 Pitman 准则，并刊登了他与 Watson 关于大偏差小概率的激烈争论，认为均方误差 MSE 并不适合作为参数估计优良性的度量。王松桂教授迅速开展了这方面的研究，并与学生杨虎在 1993 年访问期间开展了线性估计的 Pitman 优良性研究。相关结果 1994 年就发表在《科学通报》上 (英文版转载是 1995 年)，并与杨振海教授研究了协方差改进估计的 Pitman 优良性，论文也发表在《科学通报》上。那以后国内关于 Pitman 准则的研究开始逐年增多，拓宽了对均方误差局限的认知，成为一种重要的度量参数估计优良性的准则。1997 年在中国现场统计研究会年会上，陈希孺院士曾在与杨虎的交流中提到在 Pitman 准则下，中位数会优于均值，但一直未获证明。2024 年杨虎借助 AI 辅助，发现该结论并不成立。

协方差阵的改进估计：王松桂教授早在 1995 年就和杨振海教授研究了将 Pitman 准则应用于协方差阵的改进估计，这方面的研究一直跟各个时期的研究生合作进行，持续不断的有论文发表，2009 年他和学生叶仁道对样本协方差阵特征值采用算术、几何、调和三种均值缩放方式，对 Dey, D. K. 和 Srinivasan (Annals of Statistics, 1985) 的协方差阵估计进行了改进与推广，提出了正交不变 minimax 估计类。在 Stein 损失函数下，证明了新估计类优于 Dey, D. K. 和 Srinivasan 的改进估计，并具有若干统计优良性。成果发表在《Statistics and Probability Letters》上。美国科学院院士、德克萨斯大学奥斯汀分校 Kirkpatrick, M. 教授在《Better Estimates of Genetic Covariance Matrices by "Bending" using Penalized Maximum Likelihood》(Genetics, 2010) 一文中，认为上述研究成果是改进协方差阵估计这一研究脉络中的重要环节，丰富了惩罚估计的方式，使得在遗传协方差阵估计中对特征值的调整策略更加多样化。之后他们又将这种统计思想应用到一般混合效应模型的协方差估计问题，基于方差分析估计提出了多种新的估计类，形成了完整的理论体系和数值视角。

线性混合效应的谱估计与谱分解：王松桂教授和学生尹素菊在协方差阵的一种谱分解结构假设下，提出了参数的新估计方法——谱分解估计，将 Panel 数据中 Between 估计和

Within 估计及其小样本精确推断推广到更一般的线性混合效应模型的情形。这一方法应用于经济学、金融学及机械工程等领域的重复测量数据模型时,所得估计量均具有良好的统计意义和实际应用价值。他和学生吴密霞针对平衡线性混合模型,证明了以上谱分解结构的存在,并借助所定义的一种新的矩阵序,给出了协方差阵的谱分解的显示表达式。基于所提出的谱分解,给出了方差分析估计最小方差无偏性、极大似然方程显示解存在时的表达式、以及谱分解估计方差分析估计的关系。他和学生史建红从计算机编码算法的角度,给出了平衡线性混合模型矩阵谱分解的另一种方法。这部分工作有 3 篇论文皆在《中国科学:A 辑》中英文版上发表。

后记: 由于王松桂教授退休后就定居美国,晚年患病,学生也比较分散,早期的一些学生出国后进入业界并淡出学术圈,很多资料无法收集和整理齐全。即使如此,本文的写作还是得益于这次线上追思会收集到的各种资料。相关弟子们的贡献不一列举。全文得到很多同门师弟妹的订正,特别是师母贾忠贞的核对和补充,对于全文的准确和完善贡献不菲。行文仍显仓促,如有不妥和谬误之处,恳请批评指正。

著作与教材:

- 1.近代实用回归分析. 陈希孺, 王松桂. 广西人民出版社.1984
- 2.线性模型的理论及其应用.王松桂.安徽教育出版社.1987
- 3.近代回归分析. 陈希孺, 王松桂. 安徽教育出版社.1987
- 4.矩阵论中不等式. 王松桂,贾忠贞. 安徽教育出版社.1987
- 5.实用多元统计分析.王学仁,王松桂.上海科学技术出版社.1990
- 6.Advanced Linear Models, 王松桂,周贤忠.Macel Dekker. 1994
- 7.广义逆矩阵及其应用.王松桂,杨振海.北京工业大学出版社.1996
- 8.线性统计模型:线性回归与方差分析.王松桂,陈敏,陈立萍.高等教育出版社.1999
- 9.概率论与数理统计(第一版). 王松桂, 程维虎, 高旅端.科学出版社,2000
- 10.线性模型中的最小二乘法.陈希孺,王松桂.上海科学技术出版社.2003
- 11.线性模型引论. 王松桂,史建红,尹素菊,吴密霞.科学出版社. 2004
- 12.概率论与数理统计(第二版). 王松桂, 张忠占, 程维虎, 高旅端.科学出版社,2004
- 13.概率论与数理统计(第三版). 王松桂, 张忠占, 程维虎, 高旅端.科学出版社,2011
- 14.矩阵不等式. 王松桂, 吴密霞, 贾忠贞.科学出版社. 2016
- 15.概率论与数理统计(第四版) 王松桂,张忠占, 程维虎, 高旅端.科学出版社, 2023
- 16.线性模型引论(第二版). 吴密霞, 王松桂, 科学出版社. 2024

论文:

1. 王松桂.线性回归模型中自变量选择问题[J].中国科学技术大学学报,1980,(01):15-24.
2. 王松桂.线性参数函数可估计问题[J].应用数学学报,1981,(04):291-294.
3. 王松桂 .On Biased Linear Estimators in Models with Arbitrary Rank[J].Communications in Statistics--Theory and Methods, 1982,(14):1571-1581.
4. 王松桂.线性模型中均值向量的最小二乘估计和最佳线性无偏估计之差的欧氏范数的界[J].应用数学学报,1982,(02):190-193.
5. 李曙光,王松桂.论主成分分析在地球化学作用分期中的适用性[J].地质科学,1983,(02):181-187.
6. 王松桂,吴建福.Further results on the consistent directions of least squares estimators[J].Annals of Statistics, 1983,(4):1257-1262.
7. 王松桂,吴建福.线性模型最小二乘估计的相合方向[J].中国科学技术大学学报,1983,(S1):147-151.
8. Stępniań, C. 王松桂,吴建福.Comparison of Linear Experiments with Known Covariances[J].Annals of Statistics, 1984,(1):353-365.
9. 王松桂.缺落值问题的一种新迭代法[J].自然杂志,1984,(11):874.
10. 王松桂,林春土.主成分的最优性质[J].科学通报,1984,(08):449-451.
11. 王松桂.典型相关与广义相关系数[J].科学通报,1984,(11):702.
12. 王松桂.可估子空间上线性模型的比较[J].科学通报,1984,(12):710-713.
13. 王松桂.多元降维法的若干新进展[J].工程数学学报,1984,(02):119-127.
14. 王松桂.主成分的最优性与广义主成分估计类[J].应用概率统计,1985,(01):23-30.
15. 王松桂.线性模型参数估计的新进展[J].数学进展,1985,(03):193-204.
16. 王松桂.缺落值估计和方差不变子空间[J].应用数学学报,1985,(03):329-333.
17. 王松桂.线性回归诊断(I)[J].数理统计与管理,1985,(06):38-49.
18. 王松桂.Generalized Correlation Coefficients and Efficiency of Estimates[J].Science Bulletin,1986,(03):145-149.
19. 王松桂.线性回归诊断(II)[J].数理统计与管理,1986,(01):40-48.
20. 王松桂,周贤忠.Some Results on Canonical Correlations and Measures of Multivariate Association[J].Communications in Statistics--Theory and Methods, 1987,(2):338-351.
21. 周贤忠,王松桂.位置参数的非线性函数的估计(英文)[J].工程数学学报,1988,(01):15-24.
22. 王松桂.回归诊断发展综述[J].应用概率统计,1988,(03):310-321.
23. 王松桂.线性回归系统回归系数的一种新估计[J].工程数学学报,1988,(03):80-84.
24. 王松桂.两级抽样回归模型中估计与检验的稳健性[J].应用概率统计,1988,(04):368-373.
25. 王松桂,刘爱义.两步估计的效率[J].数学学报,1989,(01):42-54.
26. 刘爱义,王松桂.线性模型中最小二乘估计的一种新的相对效率[J].应用概率统计,1989,(02):97-104.
27. 王松桂,杨虎.Kantorovich-type inequalities and the measures of inefficiency of the GLSE[J].Acta Mathematicae Applicatae Sinica(English Series), 1989,(04):372-381.
28. 王松桂.A New Estimate of Regression Coefficients in Seemingly Unrelated Regression System[J].Science in China, Ser.A, 1989, (07): 808-816.

29. 王松桂. Adaptive Ridge-Type Predictors in Finite Population[J]. Science Bulletin, 1991, (10): 814-818.
30. 刘爱义, 王松桂. 一类相依回归系统参数的有偏估计[J]. 应用概率统计, 1991, (03): 266-274.
31. 杨虎, 王松桂. 条件数、谱范数与估计精度[J]. 应用概率统计, 1991, (04): 337-343.
32. 王松桂. 论主成分和特征根回归估计的关系[J]. 应用概率统计, 1992, (01): 71-79.
33. 王松桂, 杨虎. 统计学中的若干矩阵研究[J]. 重庆交通学院学报, 1993, (03): 17-28.
34. 王松桂. Pitman 准则下参数估计的比较[J]. 中央民族大学学报(自然科学版), 1994, (02): 15-19.
35. 严利清, 王松桂. 一类自适应岭估计的小样本性质[J]. 应用概率统计, 1994, (02): 194-201.
36. 王松桂, 周贤忠. On Ordinary Least-Squares Methods for Sample-Surveys[J]. Statistics & Probability Letters, 1994, 20 (3): 173-182.
37. Rao, JNK. 王松桂. The Power of F-Tests Under Regression Models With Nested Error Structure[J]. Journal of Multivariate Analysis, 1995, 53 (2), pp. 237-246.
38. 王松桂, 杨振海. Pitman optimality of covariance-improved estimators[J]. Science Bulletin, 1995, (14): 1150-1154.
39. 杨虎, 王松桂, 张忠占. 追加数据对条件指数的影响[J]. 应用概率统计, 1995, (03): 225-234.
40. 王松桂, 杨虎. Linear estimators under Pitman nearness criterion[J]. Science Bulletin, 1995, (23): 1944-1948.
41. 王松桂. On the {2}-Inverses and Some Ordering Properties of Nonnegative Definite Matrices[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica(English Series), 1996, (01): 21-26.
42. 王松桂, 贾忠贞. Pitman 准则的若干新发展[J]. 应用概率统计, 1996, (04): 429-438.
43. 王松桂, 杨振海. A Test for Sphericity of Errors in Linear Models. Systems Science and Mathematical Sciences, 1997, (03): 202-207.
44. 王松桂, 严利清. 协方差改进法与半相依回归的参数估计[J]. 应用概率统计, 1997, (03): 288-296.
45. 王松桂, 杨爱军. 协方差改进法及其应用[J]. 应用概率统计, 1998, (01): 99-107.
46. 杨振海, 王松桂. 几何分布的参数估计及应用[J]. 应用概率统计, 1998, (01): 31-37.
47. 王松桂, Liski. Cauchy-Schwarz 不等式的矩阵形式——一种统计方法[J]. 数理统计与应用概率, 1998, (01): 45-52.
48. 王松桂, 范永辉. Panel 模型中两步估计的优良性[J]. 应用概率统计, 1998, (02): 177-184.
49. 高歌, 王松桂. 分层二阶段抽样样本大小的估计方法[J]. 中国卫生统计, 1998, (06): 53-55.
50. 王松桂, 叶伟彰. Wielandt 不等式的矩阵形式及其统计应用[J]. 科学通报, 1998, (18): 1930-1933.
51. 王松桂, 叶伟彰. A matrix version of the Wielandt Inequality and its applications to statistics, Linear Algebra and its Applications, 1999, 296 (1-3): 171-181.
52. 王松桂, 邓永旭. 方差分量的改进估计[J]. 应用数学学报, 1999, (01): 115-122.
53. 刘金山, 王松桂. SUR 模型参数的一种两步估计[J]. 自然科学进展, 1999, (51): 38-43.
54. 王松桂, Liski. Small Sample Properties of the Power Function of F Tests in Two-Way Error Component Regression[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica(English Series), 1999, (03): 287-296.
55. 王松桂. 线性混合模型理论的新发展[J]. 北京工业大学学报, 2000, (03): 73-81.
56. 方开泰, 王松桂. Wei, G. A stratified sampling model in spherical feature inspection using coordinate measuring machines, Statistics & Probability Letters, 2001, 51 (1): 25-34.
57. 王松桂, 马文卿. On exact tests of linear hypothesis in linear models with nested error structure. Journal of Statistical Planning & Inference, 2002, 106 (1-2): 225-233.
58. 王松桂, 尹素菊. A new estimate of the parameters in linear mixed models[J]. Science in China, Ser. A, 2002, 40(10): 1301-1311.
59. 吴密霞, 王松桂. 一类分块混合效应模型的参数估计(英文)[J]. 工程数学学报, 2002, (02): 31-38.
60. 王松桂, 叶伟彰. Inconsistency of estimate of the degree of freedom of multivariate student-t disturbances in linear regression models, Economics Letters, 2003, 80 (3): 383-389.
61. 王松桂, 吴密霞, 马文卿. Comparison of MINQUE and Simple Estimate of the Error Variance in the General Linear Models[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica(English Series), 2003, (01): 13-18.
62. 叶伟彰, 黄香, 王松桂, 贾忠贞. A GIC rule for assessing data transformation in regression. Statistics & Probability Letters, 2004, 68 (1): 105-110.
63. 尹素菊, 王松桂. Estimating the parameters of a circle by heteroscedastic regression models, Journal of Statistical Planning and Inference, 2004, 124 (2): 439-451.
64. 尹素菊, 王松桂. 圆参数的两步估计(英文)[J]. 工程数学学报, 2004, (05): 697-703+708.
65. 史建红, 王松桂. 方差分量的非负估计[J]. 工程数学学报, 2004, (04): 623-627.
66. 史建红, 王松桂. 方差分量谱分解估计的几个性质(英文)[J]. 应用概率统计, 2004, (03): 287-294.
67. 王松桂, 史建红. 机械产品几何特征检验的统计模型[J]. 北京工业大学学报, 2004, (02): 230-234.
68. 吴密霞, 王松桂. 线性混合模型中固定效应和方差分量同时最优估计[J]. 中国科学(A 辑: 数学), 2004, (03): 373-384.
69. 吴密霞, 王松桂. Simultaneous optimal estimates of fixed effects and variance components in the mixed model[J]. Science in China-Mathematics, 2004, 47 (5): 787-799.
70. 史建红, 王松桂. 方差分量的广义谱分解估计[J]. 高校应用数学学报 A 辑(中文版), 2005, (01): 83-89.
71. 吴密霞, 王松桂. A new method of spectral decomposition of covariance matrix in mixed effects models and its applications[J]. Science in China-Mathematics, 2005, 48 (11): 1451-1464.
72. 徐礼文, 王松桂. 二次损失下随机回归系数和参数的线性 Minimax 估计[J]. 数学年刊 A 辑(中文版), 2005, (05): 93-104.
73. 史建红, 王松桂. 平衡线性混合模型方差分量几种估计的优良性[J]. 数学年刊 A 辑(中文版), 2005, (06): 817-824.
74. 徐礼文, 王松桂. 多元随机效应模型中线性预测的泛容许性[J]. 应用数学学报, 2006, (01): 116-123.
75. 徐礼文, 王松桂. 有限总体中最优预测的稳健性[J]. 应用概率统计, 2006, (01): 27-34.
76. 吴密霞, 王松桂. 线性模型下 F-检验最优的误差协方差结构[J]. 数学学报, 2006, (03): 595-604.
77. 徐礼文, 王松桂. 正态分布下任意秩有限总体中的 Minimax 预测[J]. 数学年刊 A 辑(中文版), 2006, (03): 405-416.
78. 王松桂. 线性混合效应模型参数的谱分解估计[J]. 应用概率统计, 2006, (03): 263-272.
79. 史建红, 王松桂. 一类线性混合模型的谱分解估计[J]. 数学研究与评论, 2006, (04): 795-802.
80. 尹素菊, 王松桂. On two-stage estimate based on independent estimate of covariance matrix[J]. Acta Mathematicae Sinica, 2006, 22(1): 283-288.
81. 史建红, 王松桂. The Spectral Decomposition of Covariance Matrices for the Variance Components Models[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2006, 97(10): 2190-2205.
82. 方开泰, 王松桂. von Rosen, D. Restricted expected multivariate least squares[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2006, 97(3): 619-632.
83. 尹素菊, 王松桂. 协方差改进估计中的变量选择[J]. 应用概率统计[J], 2007, (01): 25-30.
84. 范永辉, 王松桂. 线性混合模型中方差分量的 ANOVA 估计的改进[J]. 高校应用数学学报 A 辑, 2007, (01): 67-73.
85. 范永辉, 王松桂. 双向分类随机效应模型中方差分量的非负估计[J]. 工程数学学报, 2007, (02): 303-310.
86. 马铁丰, 王松桂. 线性混合模型方差分量的检验[J]. 高校应用数学学报 A 辑, 2007, (04): 433-440.
87. 叶仁道, 王松桂. Panel 模型中的最小充分统计量[J]. 工程数学学报, 2007, (05): 902-912.
88. 叶伟彰, 吴密霞, 王松桂, 黄香. Estimation for parameters of interest in random effects growth curve models. Journal of Multivariate Analysis, 2007, 98(2): 317-327.
89. 徐礼文, 王松桂. The minimax estimator of stochastic regression coefficients and parameters in the class of all estimators[J]. Acta

Mathematicae Sinica, 2007, 23(3):497-506.

90. 叶仁道,王松桂.Generalized p-values and generalized confidence intervals for variance components in general random effect model with balanced data[J].Journal of Systems Science&Complexity, 2007,20(4):572-584.
91. 叶仁道,王松桂.平衡随机模型中方差分量的非负估计[J].应用概率统计,2008,(01):52-62.
92. 马铁丰,王松桂.Panel 模型中常见估计的比较[J].数学进展,2008,(01):107-114.
93. 范永辉,王松桂.线性混合模型中方差分量的估计与 QR 分解[J].应用概率统计,2008,(02):208-216.
94. 范永辉,王松桂.广义 p-值与 panel 数据模型的精确检验[J].应用数学学报,2008,(02):367-373.
95. 范永辉,王松桂.混合模型中方差分量估计的容许性及非负估计[J].应用概率统计,2008,(04):354-360.
96. 徐礼文,陆璇,王松桂.矩阵损失下线性混合模型中的局部线性 Minimax 估计[J].工程数学学报,2008,(05):851-856.
97. 叶仁道,王松桂.非平衡单层套设计中组间方差分量的置信区间[J].北京工业大学学报,2008,(11):1223-1226.
98. 马铁丰,王松桂.半相依回归模型参数的协方差改进估计[J].工程数学学报,2008,(06):1074-1080.
99. 叶仁道,王松桂.Panel 模型中的精确检验和置信区间[J].高校应用数学学报 A 辑,2008,(04):415-426.
100. 叶仁道,王松桂.Generalized inferences on the common mean in MANOVA models[J].Communications in Statistics--Theory and Methods, 2008,37(14):2291-2303.
101. 徐礼文,王松桂.A new generalized p-value and its upper bound for ANOVA under unequal error variances[J].Communications in Statistics--Theory and Methods, 2008,37(7):1002-1010.
102. 徐礼文,王松桂.A new generalized p-value for ANOVA under heteroscedasticity[J].Statistics & Probability Letters, 2008, 78(8):963-969.
103. 吴密霞,王松桂.Simultaneous Optimality of LSE and ANOVA Estimate in General Mixed Models[J].Acta Mathematicae Sinica, 2008,24(10):1637-1650.
104. 马铁丰,王松桂,尹素菊.随机变量二次型的协方差在混合效应模型中的应用[J].应用概率统计,2009,25(01):67-76.
105. 马铁丰,王松桂.含有两个方差分量的多元混合效应模型方差分量矩阵的估计[J].数学年刊 A 辑(中文版),2009,30(01):73-84.
106. 叶仁道,王松桂.Fay-Herriot 模型中两步估计的均方误差矩阵[J].数学学报,2009,52(02):315-322.
107. 刘伟,王松桂,董萍.方差分量模型协方差阵的谱分解[J].应用概率统计,2009,25(02):155-163.
108. 徐礼文,王松桂.一般线性混合模型中的最佳线性无偏估计和谱分解估计[J].数学物理学报,2009,29(02):223-232.
109. 马铁丰,王松桂.半相依模型参数估计的改进[J].数学物理学报,2009,29(05):1256-1264.
110. 程靖,王松桂,岳荣先.Panel 数据模型中回归系数的广义 p 值检验[J].工程数学学报,2009,26(05):836-844.
111. 马铁丰,王松桂.两个半相依模型回归系数的改进估计[J].应用概率统计,2009,25(06):619-631.
112. 叶仁道,王松桂.Estimating parameters in extended growth curve models with special covariance structures[J].Journal of Statistical Planning & Inference,2009,139(08):2746-2756.
113. 叶仁道,王松桂.Assessing Occupational Exposure via the Unbalanced One-Way Random Effects Model.Communications in Statistics-Simulation and Computation, 2009,38(2):308-317.
114. 叶仁道,王松桂.Inferences on the intraclass correlation coefficients in the unbalanced two-way random effects model with interaction. Journal of Statistical Planning & Inference, 2009, 139(2):396-410.
115. 叶仁道,王松桂.Improved estimation of the covariance matrix under Stein's loss[J].Statistics & Probability Letters,2009,79(6):715-721.
116. 马铁丰,王松桂.Estimation of the parameters in a two linear regression equations system with identical parameter vectors.Statistics & Probability Letters, 2009,79(9):1135-1140.
117. 徐礼文,王松桂.史建红.Consistent nonnegative estimates of variance components. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2010,26(2):177-186.
118. 叶仁道,王松桂.线性混合模型中方差分量的广义推断[J].应用数学学报,2010,33(01):1-11.
119. 程靖,王松桂,岳荣先.Panel 数据模型中方差分量的精确检验[J].应用概率统计,2010,26(01):89-98.
120. 马铁丰,王松桂.Estimation of means of multivariate normal populations with order restriction. Journal of Multivariate Analysis, 2010,101(3):594-602.
121. 叶仁道,马铁丰,王松桂.Inferences on the common mean of several inverse Gaussian populations.Computational Statistics & Data Analysis, 2010,54(4):906-915.
122. 范永辉,王松桂.Bartlett 分解与多元正态总体均值的广义推断[J].数学学报,2010,53(02):329-340.
123. 叶仁道,王松桂.Improved Estimates of the Covariance Matrix in General Linear Mixed Models. Acta Mathematica Scientia, 2010,30(4):1115-1124.
124. 徐礼文,王松桂.Linear sufficiency in a general growth curve model. Linear Algebra & Its Applications, 2011,434(2):593-604.
125. 叶仁道,马铁丰,王松桂.Improved ANOVA of the Covariance Matrix in General Linear mixed Models. Journal of Systems Science & Complexity, 2011,24(01):176-185.
126. 叶仁道,马铁丰,王松桂.Generalized confidence intervals for the process capability indices in general random effect model with balanced data.Statistical Papers, 2011,52(01):153-169.
127. 赵静,王松桂,王磊.套误差分量回归模型中方差分量的精确检验[J].应用概率统计,2014,30(01):31-39.