

综述报告

随机数学成长的若干片段 *

陈 木 法

(江苏师范大学数学研究院, 徐州, 221116; 北京师范大学数学学院, 数学与复杂系统
教育部重点实验室, 北京, 100875)

摘 要: 本文概述笔者所了解的随机数学成长及走上成熟的若干片段. 包括早期的两段历史, 非数学专业的“大学数学”面向新世纪的教学大纲, “随机数学”教材、研究机构, 随机数学成熟的标志等.

关键词: 概率论与数理统计; 随机数学; 教材; 奖项

中图分类号: O211

英文引用格式: CHEN M F. Summary of growth of mathematical stochastics [J]. Chinese J Appl Probab Statist, 2021, 37(5): 544–550. (in Chinese)

§1. 两段简史

早期

随机数学正式成为数学的一个分支应当从 1933 年算起. 当年, 俄罗斯数学家 A.N. Kolmogorov 建立了概率论的第 1 个公理系统^[16]. 然而, 正如美国数学家 W. Feller 在他的两卷本 [12, 13] 的序中所述: 在他写书期间 (1941–1948 年), 除前苏联而外, 仅有少数数学家承认概率论为数学的一个合法分支 (legitimate branch of mathematics). 随机数学在我国的发展, 是因为我国老一辈数学家的远见卓识, 他们在制定我国 1956–1967 年科学技术发展远景规划纲要时, 将“计算数学、概率论与数理统计、微分方程论”列为“数学中需大力发展的、急需而且空白或薄弱的部门”^[14]. 从书 [1] 中可以看到: 被华罗庚先生誉为中国概率统计的总司令许宝騄先生在 1950 年代为我国随机数学所做的大量奠基性贡献. 该书中第 366、367 页 (胡迪鹤教授的回忆) 特别介绍了当年在许先生领导下, 为落实 12 年远景规划所采取的三项措施: (1) 集中力量, 培养人才; (2) 延聘 (笔者注: 当时已有几位在华) 外籍专家来华讲学; (3) 引进教材, 更新教学内容. 无疑地, 那是我国随机数学起步的极重要开端, 造就了第一批骨干人才.

*国家自然科学基金项目 (批准号: 12090011、11771046)、国家重点研发计划 (批准号: 2020YFA0712900)、教育部“双一流”建设项目 (北师大) 和江苏高校优势学科建设工程项目资助.

E-mail: mfchen@bnu.edu.cn.

本文 2021 年 5 月 19 日收到, 2021 年 5 月 25 日收到修改稿.

大发展时期

直到 1960 年代初, 概率论最主要有三个分支: 极限理论、平稳过程与马氏过程 (参见书 [17; 序]).

随机数学的大发展始于 1960 年代中叶. 数学开始重新回归自然, 即从公理化运动的 Hilbert 时代回归 Poincaré 时代. 最早的是概率论与 (平衡态) 统计力学交叉的前苏联的 R.L. Dobrushin 学派以及随后 (1970 年代) 美国的 F. Spitzer 学派. 还有渗流理论、随机环境中的随机过程等新分支学科. 到了 1970 年代中叶, 又出现了随机分析、随机微分几何和大偏差理论等新分支 (容易想象, 这里略去了很多故事和参考文献. 只能提及, 在过去的岁月里, 大约每 10 年, 笔者就发表一篇关于该学科进步的综述: [3, 4, 7, 8], 从中可找到更多信息). 正是在这一大背景下, 为适应新形势, 英国 1975 年创办了《Stochastics》杂志. 就笔者所知, 这或许是 “stochastics” 一词最早出现在文献上的时间. 事实上, 在 [2, 15] 两书上均无此词. 前些天, 使用 Google 查询 “stochastics” 一词的网页约有 230 万条. 这让笔者相当震惊.



"stochastics" 230 万

176 万

找到约 2,300,000 条结果 (用时 0.71 秒)

List of issues Stochastics An International Journal of ...

Stochastics: An International Journal of Probability and Stochastic Processes (2005 - current).
Formerly known as. **Stochastics** and Stochastic Reports (1989 - ...)

en.wikipedia.org › wiki › Stochastic ▼ 翻译此页

Stochastic - Wikipedia

Stochastic refers to the property of being well described by a random probability distribution. ... in 1713, Jakob Bernoulli used the phrase "Ars Conjectandi sive Stochastic", which has been translated to "the art of conjecturing or **stochastics**".

[Stochastic oscillator](#) · [Stochastic optimization](#) · [Stochastic matrix](#)

en.wikipedia.org › wiki › Stochastic_oscillator ▼ 翻译此页

Stochastic oscillator - Wikipedia

Stochastics attempts to predict turning points by comparing the closing price of a security to its

作为对比, 也查询了我国一所 985 百年老校 (该校的英文全名), 网页数约为 176 万条. 由此可见 “stochastics” 一词在国际上已相当流行. 进入网页, 可见到包括 “Institute of Stochastics” 和 “Mathematical Stochastics” 等词条. 顺便提及: 我们建议后者为 “随机数学” 的英译名 (而不是直接译名 “Stochastic Mathematics”). 这是因它既与传统的 “数理统

计”的英译名“Mathematical Statistics”相配;而且作为名词,“stochastics”又可单独使用,反映“随机性”的本质属性.

§2. “大学数学”面向新世纪教学大纲和“随机数学”教材

受教育部委托,大约 24 年前,清华大学应用数学系主任萧树铁教授主持制定非数学专业的“大学数学”面向新世纪的教学大纲.为此,组织了专门研讨会.本人有幸在会上作概率统计方面的前沿报告.在经历了 20 年与统计物理和数学中的分析和微分几何等的交叉研究之后,笔者觉得“概率论与数理统计”的课程名称乃至教学内容都应更新.于是在此会上大胆建议更名为“随机数学”.此名称的触发剂就是上述的“stochastics”.十分意外,此建议立即被采纳.随后出版了由萧先生主编、由北大钱敏平教授和清华叶俊教授编著的《随机数学》的教材,出两版:2000,2004.



下面是笔者近日找到的随机数学教材.

- 1) 大学数学: [随机数学](#), 萧树铁主编、钱敏平和叶俊编著, 高等教育出版社 2000/2004.
- 2) 现代数学手册: [随机数学](#)卷, 陈希孺、郑忠国主编, 华中科技大学出版社 2000.
- 3) 大学数学: [随机数学](#), 高文森, 高等教育出版社 2004.
[随机数学](#) (2 版), 李忠范, 孙毅, 高文森, 高等教育出版社 2009.
[随机数学](#) (3 版), 孙毅, 高彦伟, 张静, 高等教育出版社 2014.
- 4) [随机数学](#)基础, 曹振华, 高等教育出版社 2009.

- 5) 随机数学引论, 林元烈, 梁宗霞, 清华大学出版社 2003.
- 6) 金融随机数学基础, 冉启康, 机械工业出版社 2017.
- 7) 随机数学, 冯予, 陈萍, 侯传志, 国防工业出版社 2008.
- 8) 随机数学引论, 陈培德, 科学出版社 2001.
- 9) 随机数学基础, 田铮, 肖华勇等, 高等教育出版社 2005.
- 10) 工程随机数学基础, 许贤泽, 武汉大学出版社 2013.
- 11) 随机数学及其应用, 刘国庆, 艾晓辉, 哈尔滨工业大学出版社 2012/2018.
- 12) 随机数学及其应用, 陈萍, 侯传志, 冯予, 人民邮电出版社 2015.
- 13) 随机数学建模方法及其应用, 马明, 科学出版社 2013.

这里, 头两本书都是 2000 年出版的, 前者早半年, 侧重于概率; 后者侧重于统计. 第 1 本的封面、第 2 本的序都指明是面向 21 世纪的著作. 事实上, 由萧树铁教授主编的“大学数学”系列教材, 乃是针对我国高校非数学专业设计的基础课教材, 主要科目有 5 种: 一元微积分 (2000), 多元微积分 (2000), 数学实验 (1999) (应当提及: 笔者负责的数学软件工作小组曾为此门课程的建设工作了五年, 见 [11]), 代数与几何 (2000), 随机数学 (2000). 而“现代数学手册”是由华中科技大学出版社出版、由徐利治教授主编的 5 卷本: 经典数学 (2000), 近代数学 (2001), 计算机数学 (2001), 随机数学 (2000), 经济数学 (2001). 共计 5,000 页. 有趣的是, 两套丛书有一共同标题“随机数学”. 第 3 本的三版中有共同作者, 所以在这里视为一本. 第 1 和 11 本都出版过两版. 可能这些教材多数是写给本科生的; 但第 8 本是中科院研究生院的教材.

与此相关, 国内也已有一些随机数学研究机构. 国家重点专项.

- 1) 2001 年, 获国家基金委创新研究团队资助, 在北京师大成立了随机数学研究中心 (Research Center for Stochastics at Beijing Normal University).
- 2) 南京邮电大学随机数学研究中心 (2018).
- 3) 湖南师大“计算与随机数学”教育部重点实验室 (2018).
- 4) 北京师大将概率统计教研室更名为随机数学教研室 (2020).
- 5) 北京师大联合北京大学、北京应用物理与计算数学研究所的研究项目“随机数学及数学与物理的交叉研究”获国家重点研发计划“变革性技术关键科学问题”重点专项资助, 2021 年启动.

§3. 随机数学成熟的标志

奖项

- 从 2006 年开始 (之前无), 在已举办的 4 届数学家大会上, 每一届的 Fields 奖都至少有一人获奖. 累计 6.5 人. 例如 ICM 2006, 4 个获奖人及所涉及领域分别为:
Andrei Okounkov: 概率论, 表示论, 代数几何.

Wendelin Werner: 二维布朗运动的几何与共形映照.

Grigori Perelman: Ricci 流的分析与几何结构.

使用了对数 Sobolev 不等式.

Terence Tao: PDE, 组合, 调和分析及堆垒数论, 随机矩阵.

国际数学联盟 (IMU) 主席 John Ball 指出: “Probability swept most of the award”, “2.5 of them, to be exact”.

- 国际数学联盟将首届应用数学 Gauss 奖颁发给 K. Itô (2006), 参见 [8].
- Abel 奖先后三次颁发给本领域学者 S.R.S. Varadhan (2007) (也见 [8]). Ya.G. Sinai (2014): 颁奖词表彰他 “在动力系统, 遍历理论和数学物理的基本贡献”. H. Furstenberg 和 G. Margulis (2020): 颁奖词表彰他们 “率先提出在群论、数论和组合数学中使用概率论和动力系统的方法”. 该奖总共已颁发过 18 次. 顺便提及, 在笔者主页的科普作品中, 可找到我们的研究群体与 Dobrushin、Sinai 团队的许多交往.

另一标志

众所周知, 随机数学是在其他数学分支 (特别是分析) 的哺育下成长壮大的. 近几十年来出现了该学科成熟的一个新标志. 随机数学不仅不断地开拓出新领域, 而且直接解决了其他领域中的核心问题. 这里随机抽取两个例子

- 完全非线性方程的 N.V. Krylov 和 M.V. Safonov (1979) 估计.
- 素数存在长算术级数 (H. Furstenberg, 1970 年代).

后者是获 2020 年 Abel 奖的成果之一. 从 [8] 中可找到更多例子. 也许, 从笔者的许多研究中 (见 [5, 6, 9, 10]), 也能够找到一些随机数学与统计物理、分析与几何、量子力学等交叉的例证 (这里所列的文章和相关视频大多可在笔者的主页 (见文末) 中找到). 随机数学及相关交叉已经成为一种时尚、是一股大潮流. 随机的思想已深深进入数学和其它许多自然科学领域, 成为人工智能 (特别是强化学习 Reinforcement Learning)、计算数学等大多科学领域的重要工具. 其实, 产生这一现象不足为怪. 因为哲学的三大要素: 对立统一, 量变质变, 偶然与必然, 其一就隐含随机数学. 由此可见, 忽视随机数学必定会吃大亏! 作为现代随机数学的发展状况的简明概括, 这里引用姜伯驹先生为纪念文集 [1] 所写的序的前几句: “今年是许宝騄先生诞辰 100 周年. 他是我国数理统计学科和概率论学科的奠基人. 现在, 世界已经进入信息时代, 数理统计学发展成了数学科学中与科学、技术、经济、社会的联系极其紧密的一大方面. 概率论的思想也有有力地渗入基础数学的各个分支, 发挥了别开生面的神奇作用.”

应当指出, 本文难免片面性. 随机数学的半边天 — 数理统计几乎没有涉及; 即使限于概率论, 也只提及笔者稍熟悉的一小点; 文中更缺少对未来的分析和展望 (稍许例外的是文 [9]). 笔者期盼各位专家的作品, 使我们对于随机数学有更全面的认识, 为未来的发展增添新动力.

讲到这里, 可能会让人产生过于偏激的印象. 其实不然, 笔者主张数学家要学点生态学, 其核心是“物种共存”. 如果世界上什么物种最厉害, 比如说老虎, 那么大家都来养老虎, 这个世界会成何体统? 记得澳洲曾经因为袋鼠繁殖太多, 他们通过法律, 杀掉一批; 又如美国, 据说某种亚洲鱼繁殖太凶, 他们搞了电击捕鱼. 这些措施当然是为保持生态 (物种之间) 的平衡. 在数学乃至物理的大家庭里, 本是一个统一体, 各分支学科互相依存, 没有贵贱之分. 其实, 早在 1900 年 Hilbert 的世纪报告中就非常强调数学的整体性, 他的 23 个问题中, 基本上是数学, 但也包含物理. 1960 年代, 华罗庚先生在科大开课时, 倡导了一条龙教学方法, 明确反对将数学的各部分割裂. 这些事实都说明数学、乃至部分物理的高度统一. 我们的基本信念在于: 各个学科之间必须互敬互助, 才有可能实现和谐健康发展.

致谢 本文的内容在武汉大学报告过 (2021-5-14): 笔者感谢赵会江、张希承、高付清等教授的邀请和资助. 同时感谢郭先平教授的宝贵建议, 提升了本文的质量. 本文还在国际会议 “the 16th Workshop on Markov Processes and Related Topics” (July 12-16, 2021, Changsha, Hunan) 上宣读过.

主页 <http://math0.bnu.edu.cn/~chenmf>

参 考 文 献

- [1] 许宝騄先生纪念文集编委会. 道德文章垂范人间——纪念许宝騄先生百年诞辰 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2010.
- [2] BOROVKOV K A. *Russian-English & English-Russian Dictionary on Probability, Statistics, and Combinatorics* [M]. Philadelphia and Moscow: SIAM, 1994.
- [3] 陈木法. 概率论的一些新进展 [J]. 中国数学会 50 周年年会综合报告. 数学季刊, 1986, **1(1)**: 104–117.
- [4] 陈木法. 随机系统的数学问题 [OL]. 1997. <http://math0.bnu.edu.cn/~chenmf/files/SciPopul/3.pdf>.
- [5] CHEN M F. *From Markov Chains to Non-Equilibrium Particle Systems* [M]. 2nd ed. Singapore: World Scientific, 2004.
- [6] Chen M F. *Eigenvalues, Inequalities, and Ergodic Theory* [M]. London: Springer, 2005.
- [7] 陈木法. 谈谈概率论与其它学科的若干交叉 [J]. 数学进展, 2005, **34(6)**: 661–672; 再版: 数学传播, 2013, **37(4)**: 16–32.
- [8] 陈木法. 概率论的进步 [J]. 应用概率统计, 2017, **33(5)**: 538–550.
- [9] 陈木法. 交叉研究的感悟 [J]. 应用概率统计, 2020, **36(1)**: 86–110.
- [10] 陈木法. 量子力学的数学新视角 [J]. 数学进展, 2021, **50(3)**: 321–334.
- [11] 数学软件工作小组. 数学软件工作小组档案 (4 文. 1996–2000) [OL]. 2000. <http://math0.bnu.edu.cn/~chenmf/files/SciPopul/29.rar>.
- [12] FELLER W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. I* [M]. 3rd ed. New York: Wiley, 1968; 胡迪鹤译. 概率论及其应用 (第 1 卷) [M]. 第 3 版. 北京: 人民邮电出版社, 2014.
- [13] FELLER W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. II* [M]. 2nd ed. New York: Wiley, 1971; 郑元禄译. 概率论及其应用 (第 2 卷) [M]. 第 2 版. 北京: 人民邮电出版社, 2008.

- [14] 科技部. 1956–1967 年科学技术发展远景规划纲要 (修正草案) [OL]. 1956. http://www.most.gov.cn/ztl/gjzcggy/zcggyshg/200508/t20050831_24440.htm.
- [15] 科学出版社名词室. 新英汉数学词汇 [M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [16] KOLMOGOROV A N. *Foundations of the Theory of Probability* [M]. 原德文版 1933, 英译本第 1 版 1950, 第 2 版 1956. 中译本《概率论基本概念》(1952), 王寿仁译.
- [17] 王梓坤. 随机过程论 [M]. 北京: 科学出版社, 1965.

Summary of Growth of Mathematical Stochastics

CHEN Mu-Fa

*(Research Institute of Mathematical Science, Jiangsu Normal University, Xuzhou, 221116, China;
School of Mathematical Sciences, Key Laboratory of Mathematics and Complex Systems (Ministry
of Education), Beijing Normal University, Beijing, 100875, China)*

Abstract: This paper summarizes the growth of mathematical stochastics. It includes two periods of early history, the syllabus of “College Mathematics” for non-mathematics majors facing the new century, the teaching materials and research institutions of “mathematical stochastics”, the mark of grow up of mathematical stochastics, etc.

Keywords: probability theory; mathematical statistics; mathematical stochastics; textbook; prize

2020 Mathematics Subject Classification: 60-XX; 62-XX